

Séries temporais - 2011

Prof. Wagner Hugo Bonat

Laboratório de Estatística e Geoinformação
Universidade Federal do Paraná

20 de maio de 2011

Grafos não direcionais

- São usados para representar a estrutura de independência condicional em um GMRF;
- Um grafo não direcional G é a dupla $G = (V, E)$;
- V é o conjunto dos nós; E é o conjunto das ligações i, j , onde $i, j \in V$;
- Conceito de vizinhança.

Distribuição Normal Multivariada

- $\pi(\underline{x}) = (2\pi)^{-n/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp -\frac{1}{2}(\underline{x} - \mu)^\top \Sigma^{-1}(\underline{x} - \mu)$;
- Definimos $Q = \Sigma^{-1}$ como sendo a matriz de precisão do modelo.
- Seja \underline{x} normal com média μ e matriz de precisão $Q > 0$. Então para ij

$$x_i \perp x_j | \underline{x}_{-ij} \iff Q_{ij} = 0$$

- Isto significa que o padrão de 0's em Q determina o grafo G e vice-versa. Logo o grafo G pode ser usado para construir Q .

Gaussian Markov Random Field

- Um vetor aleatório $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathfrak{R}^n$ é chamada um GMRF sobre o grafo $G = (V, E)$ com média μ e matriz de precisão $Q > 0$, se e somente se sua densidade tem a forma

$$\pi(\underline{x}) = (2\pi)^{-n/2} |Q|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(\underline{x} - \mu)^\top Q(\underline{x} - \mu)\right)$$

e

$$Q_{ij} \neq 0 \iff i, j \in E \forall i \neq j$$