

CIEG-2010

Estatística Espacial

Processos pontuais: uma introdução

Paulo Justiniano Ribeiro Jr

LEG:Laboratório de Estatística e Geoinformação / UFPR / Brasil

<http://www.leg.ufpr.br>
e-mail:paulojus@ufpr.br

CIEG, UFPR
Setembro, 2010

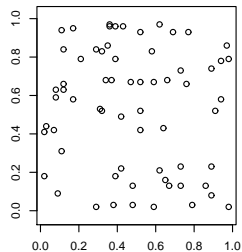
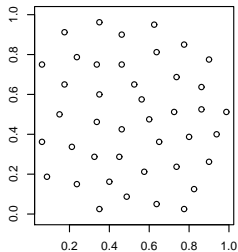
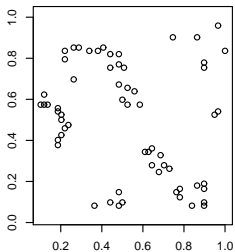
Introdução

Processos (padrões) pontuais

- 1 **eventos** ocorrem em localizações aleatórias
- 2 Revisitando exemplos
- 3 Existe padrão na ocorrência?
- 4 Padrões básicos:
 - 1 aleatório
 - 2 agregado
 - 3 regular
- 5 Outros padrões

Introdução

Padrões Básicos



Intensidade do processo: λ ou $\lambda(x)$

Distinguindo padrões

Conceitos básicos

Referência:

- 1 Aleatoriedade espacial completa (CRS - *complete spatial randomness*)

Padrões básicos:

- 1 aleatório
- 2 agregado (*cluster*, atração)
- 3 regular (repulsão)

Distinguindo padrões

Um método (muito) antigo ... **Quadrats**

- 1 subdividir a área em *quadrats*
- 2 contar o número y_i de eventos em cada *quadrat*
- 3 calcular média (\bar{y}) e variância (s_y^2) dos números de eventos

Interpretação

- 1 aleatório
- 2 agregado (*cluster*, atração)
- 3 regular (repulsão)

Algumas funções úteis

Distâncias: evento a evento

- 1 λ : número médio de eventos por área
- 2 $d_i = \min_j \{d_{ij}; \forall j \neq i\}$
- 3 $G(r) = 1 - \exp\{-\lambda\pi r^2\}$
- 4 $\hat{G}(r) = \#\{d_i : d_i < r \ \forall i\}$

Na prática acrescenta-se correções de borda

Algumas funções úteis

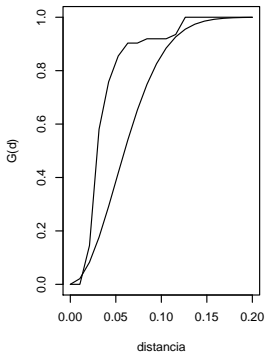
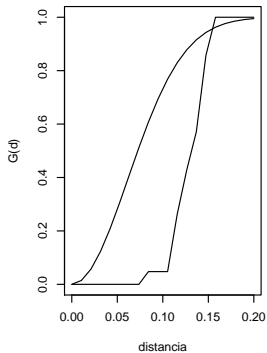
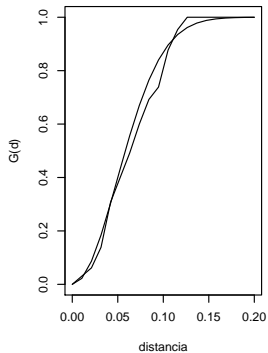
Distâncias ponto a evento

- 1 λ : número médio de eventos por área
- 2 $u_i - \{d_{ij} = d(u_j, x); \forall j \neq i\}$
- 3 $F(r) = 1 - \exp\{-\lambda\pi r^2\}$
- 4 $\hat{F}(r) = \#\{u_i : u_i \leq r \ \forall i\}$

Na prática acrescenta-se correções de borda

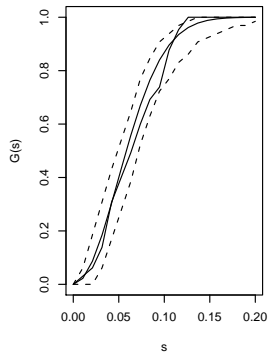
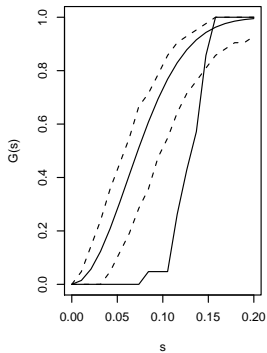
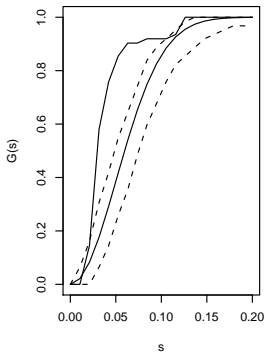
Introdução

Padrões Básicos

redwood**cell****saplings**

Introdução

Padrões Básicos



Introdução

Análise estatística

- 1 Processo de Poisson Homogêneo (HPP - *homogeneous Poisson Process*)
- 2 Processo de Poisson não-Homogêneo (IPP - *inhomogeneous Poisson Process*)

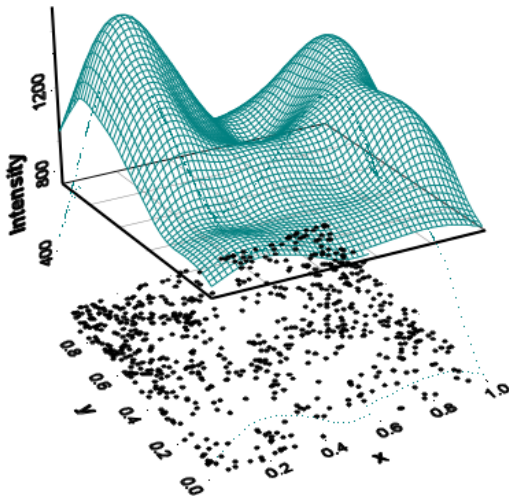
Primeira ordem

Estimação de densidade (1ª ordem)

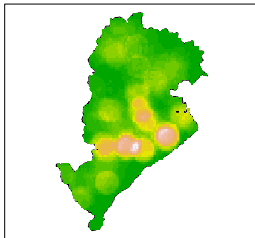
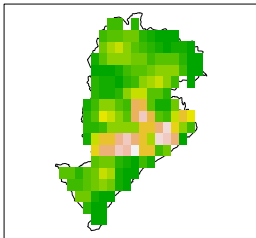
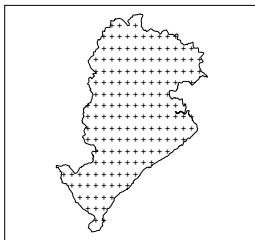
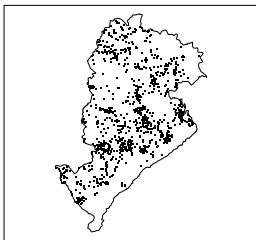
- 1 Não-paramétrica: *kernel*

$$\hat{\lambda}(x) = \frac{1}{h^2} \sum_i K\left(\frac{\|x - x_i\|}{h} / q(\|x\|)\right)$$

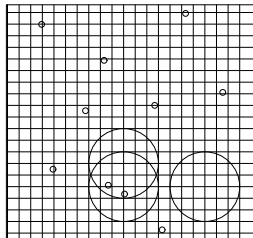
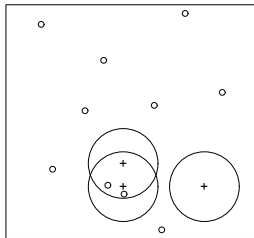
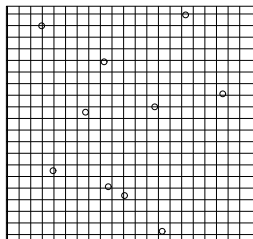
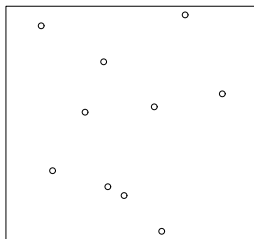
- 2 Paramétrica: verossimilhança para IPP

λ ou $\lambda(x)$ 

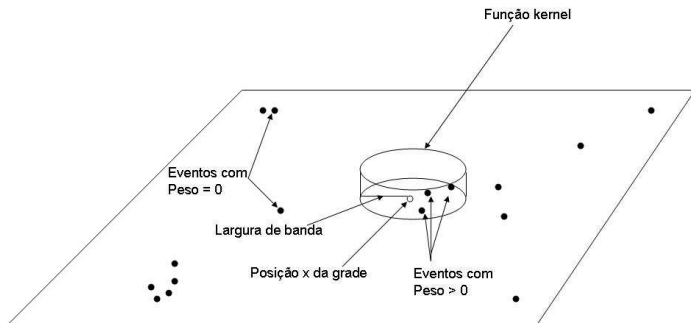
Intensidade?



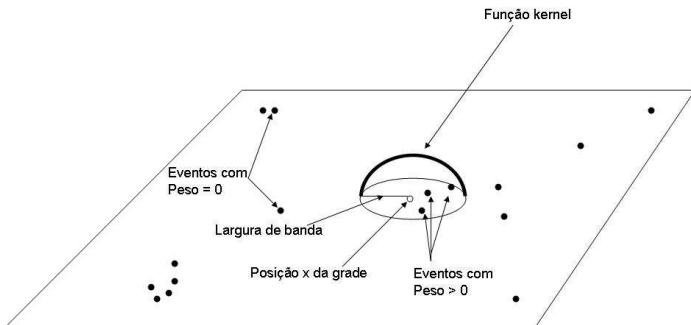
Estimando intensidade



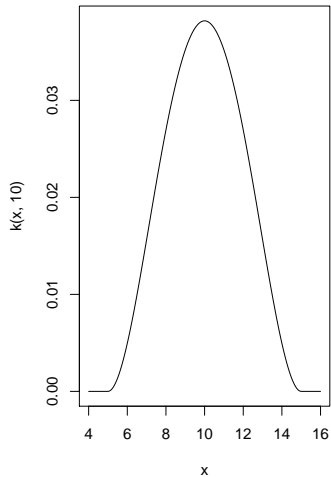
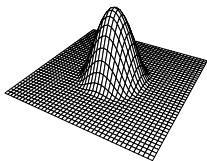
kernel I



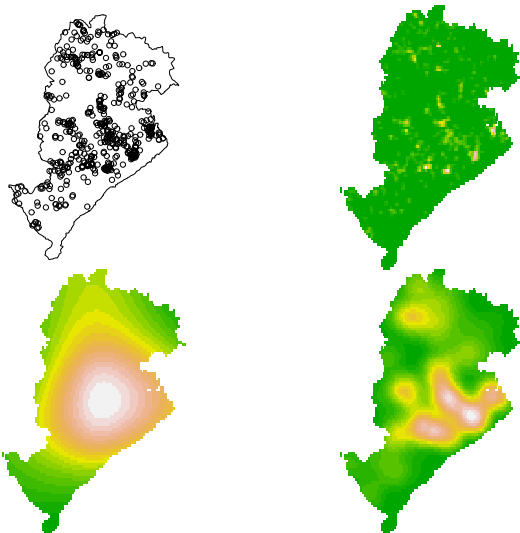
kernel II



Forma



Largura de banda



Segunda ordem

Interação entre pontos (2ª ordem)

1 Função-K de Ripley

- $K(r) = \lambda^{-1} E[N_0(r)]$
- $\hat{K}(r) = \frac{|A|}{n(n-1)} \sum_i \sum_{j \neq i} w_{ij} |\{x_i : d(x_i, x_j) \leq r\}|$
- sob HPP: $K(s) = \pi r^2$
- Modificações para IPPS

2 Outras e modificações: funções J , L , ...