

# Estatística Espacial

Onde estamos e para onde vamos

Paulo Justiniano Ribeiro Jr

*LEG:Laboratório de Estatística e Geoinformação / UFPR*

<http://www.leg.ufpr.br>

[paulojus@ufpr.br](mailto:paulojus@ufpr.br)

**Departamento de Ciências Exatas**

ESALQ/USP

Piracicaba, SP, 29 de Abril 2010

# IBC-2010/Floripa e 55 RBRAS

## International Biometrics Conference (IBC-2010) &

### 55<sup>a</sup> Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria

- 1 Organização: IBS, Rbras, RArg
- 2 05 a 10 dezembro de 2010, Florianópolis, SC, Brasil
- 3 eventos satélites (aberto a propostas)
- 4 Quarta 08/12: 55<sup>a</sup>RBras e 15<sup>a</sup> RArg na quarta
- 5 tarifas especiais para delegados de *special circumstance countries (SCC)*
- 6 <http://www.ibc-floripa-2010.org/> e <http://www.tibs.org>
- 7 Prazo para submissão de resumos: **30 de Abril**

# IBC-2010/Floripa e 55 RBRAS

## International Biometrics Conference (IBC-2010) &

### 55<sup>a</sup> Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria

- 1 Organização: IBS, Rbras, RArg
- 2 05 a 10 dezembro de 2010, Florianópolis, SC, Brasil
- 3 eventos satélites (aberto a propostas)
- 4 Quarta 08/12: 55<sup>a</sup>RBras e 15<sup>a</sup> RArg na quarta
- 5 tarifas especiais para delegados de *special circumstance countries* (SCC)
- 6 <http://www.ibc-floripa-2010.org/> e <http://www.tibs.org>
- 7 **Prazo para submissão de resumos: 30 de Abril**

## IBC-FLORIPA-2010 Dec, 5-12, 2010



## IBC-FLORIPA-2010 Dec, 5-12, 2010



## IBC-FLORIPA-2010 Dec, 5-12, 2010



## IBC-FLORIPA-2010 Dec, 5-12, 2010



## Resumo

- Introdução a estatística espacial
- Explorando padrões espaciais
- Algumas idéias para modelagem
- Inferência
- Exemplos de aplicação
- Alguns tópicos para desenvolvimento





## Está por toda parte ...

**E estatística *espacial* ... está em todos os *lugares*!**

- distribuição de organismos
- doenças de plantas
- poluição ambiental(água, ar, solo)
- geologia
- socio-economia
- imagens
- ...

## Tipologia (Cressie, 1993)

### Estruturas de dados

- processos pontuais
- dados de áreas
- dados geoestatísticos (referenciados em pontos)

### Estruturas de problemas

- variação espacial discreta
- variação espacial contínua

## Tipologia (Cressie, 1993)

### Estruturas de dados

- processos pontuais
- dados de áreas
- dados geoestatísticos (referenciados em pontos)

### Estruturas de problemas

- variação espacial discreta
- variação espacial contínua

# Análises exploratórias

- usual vs espacial
- necessidade de técnicas específicas
- propriedades de primeira e segunda ordem
- interações espaciais
- geometrias e atributos
- técnicas e ferramentas para visualização (incluindo GIS)

# Explorando padrões pontuais

- Pergunta inicial: Agregado, regular ou aleatório
- referência: processo de Poisson
- contagens de *quadrats*
- função *K*-de Ripley
- outras funções ( $J$ ,  $L$ , ...)
- aspectos computacionais
- testes estatísticos (usualmente aleatorizados)
- dificuldades com covariáveis
- procesos múltiplos

# Explorando dados de áreas

- Pergunta inicial: vizinhos se assemelham?
- visualizações e mapas
- índices de agregação
- ex:  $I$  de Moran
- testes

# Explorando dados geostatísticos

- Pergunta básica: associação relacionada com distância de separação?
- visualizações e mapas
- autocorrelações (covariâncias)
- variogramas
- testes



## Modelos para dados de área

- Como introduzir dependência?
- modelos marginais e modelos condicionais
- especificar  $[Y(X)]$  ou  $[Y_i(x)|Y_{j \sim i}(x)]$
- Modelos Markovianos
- modelos autologísticos
- modelos SAR, CAR
- modelos hierárquicos

# Modelos Geoestatísticos

- declaração explícita de modelo?
- Modelito básico:  $[Y] = [Y|S][S]$
- $[S]$  é um processo latente (campo aleatório contínuo)
- estacionário?
- tipicamente a correlação é função da distância

# Inferência em modelos espaciais

- **Modelos com correlação e estimação**
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation

# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- **solução analítica: praticamente nunca ocorre**
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation

# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- **solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas**
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation

# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation

# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation

# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- **Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada**
- Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor  
INLA: integrated nested Laplace Approximation



# Inferência em modelos espaciais

- Modelos com correlação e estimação
- solução analítica: praticamente nunca ocorre
- solução por otimização numérica: classe muito restrita de problemas
- Métodos aproximados: pseudo-verossimilhanças, verossimilhanças compostas, etc: classe restrita de problemas, algoritmos particulares e avaliação da qualidade das estimativas
- inferência por simulação (Monte Carlo, bootstrap, EM) possível em alguns casos com alto custo computacional
- Inferência por MCMC (verossimilhança ou Bayesiana): largamente utilizada
- **Inferência aproximada: INLA é MUITO promissor**  
**INLA: integrated nested Laplace Approximation**

# Wagner

# Ana

Abertura  
○○○○○○

Introdução a estatística espacial  
○○○

Exploratória espacial  
○○○○

Modelagem  
○○

Inferência  
○

Exemplos  
○○●

Tópicos  
○

# Elias

# Alguns tópicos

## ● Modelagem

- Proposições de novas classes de modelos
- multivariados
- espaço-temporal: categorias, dinâmicos,
- Classes mais gerais de funções de correlações

## ● Inferência

- algoritmos eficientes
- paralelização
- avaliação de métodos aproximados

## ● Incorporando em ambientes