

Modelo autológico no estudo de padrões espaciais em doenças de citros

Luziane Francison

Orientador: Paulo Justiniano Ribeiro Júnior

Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz - USP

Setembro de 2008



Roteiro de apresentação

⇒ Contexto de dados espaciais;

Roteiro de apresentação

- ⇒ Contexto de dados espaciais;
- ⇒ Exemplo de dados de doença em citros;

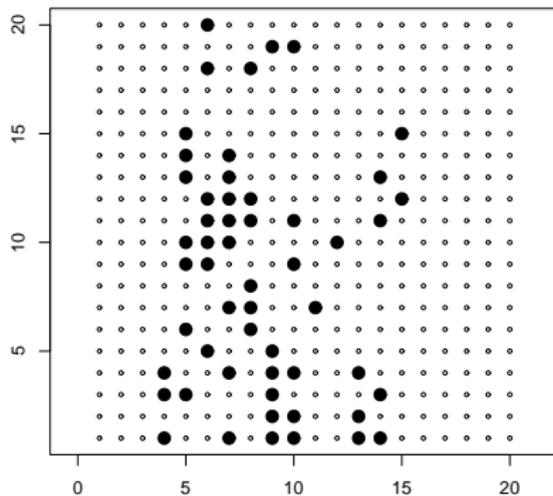
Roteiro de apresentação

- ⇒ Contexto de dados espaciais;
- ⇒ Exemplo de dados de doença em citros;
- ⇒ O modelo autológico;

Roteiro de apresentação

- ⇒ Contexto de dados espaciais;
- ⇒ Exemplo de dados de doença em citros;
- ⇒ O modelo autológico;
- ⇒ Aplicações do modelo aos dados;

...dados espaciais em *lattice*...



Diferentes abordagens

⇒ Estudos para detectar o **padrão espacial** dos dados;

Diferentes abordagens

- ⇒ Estudos para detectar o **padrão espacial** dos dados;
- ⇒ Será usado uma abordagem que modela uma observação em função do *status* do evento de interesse nas observações vizinhas;

Diferentes abordagens

- ⇒ Estudos para detectar o **padrão espacial** dos dados;
- ⇒ Será usada uma abordagem que modela uma observação em função do *status* do evento de interesse nas observações vizinhas;
- ⇒ Existem duas categorias:
 - Efeitos **fixos** → modelo autologístico;
 - Efeitos **aleatórios** → modelo CAR (*Conditional Auto Regressive*), modelo geoestatístico espacial;

Diferentes abordagens

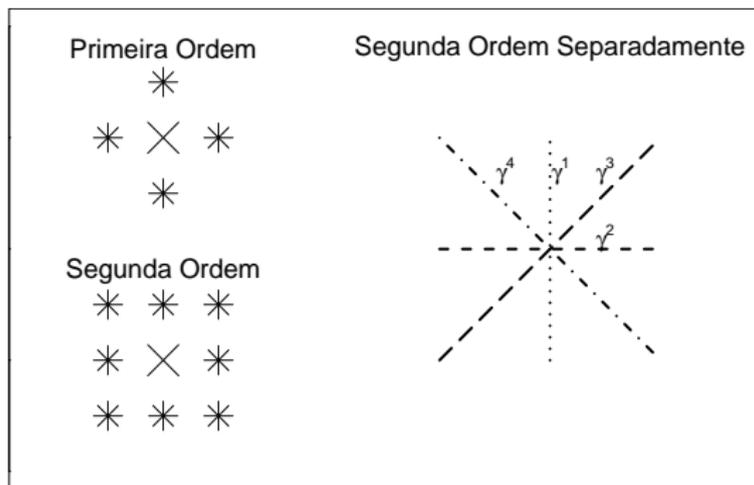
- ⇒ Estudos para detectar o **padrão espacial** dos dados;
- ⇒ Será usada uma abordagem que modela uma observação em função do *status* do evento de interesse nas observações vizinhas;
- ⇒ Existem duas categorias:
 - Efeitos **fixos** → modelo autologístico;
 - Efeitos **aleatórios** → modelo CAR (*Conditional Auto Regressive*), modelo geoestatístico espacial;
- ⇒ A chave dessa abordagem é a **definição** e o **uso** da **estrutura de vizinhança**;

Um exemplo de modelo...

$$\text{logit}(p_{kl}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{kl1} + \gamma_2 C_{kl2}$$

Estrutura de vizinhança

Diferentes estruturas de vizinhança dos dados;



Estudo de padrões espaciais em doenças de citros

Leprose dos citros

Uma doença chamada **leprose dos citros**;

Leprose dos citros

Uma doença chamada **leprose dos citros**;

⇒ É causada pelo *Citrus leprosis virus* (CiLV), que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*;

Leprose dos citros

Uma doença chamada **leprose dos citros**;

- ⇒ É causada pelo *Citrus leprosis virus* (CiLV), que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*;
- ⇒ A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados pelos talhões das fazendas produtoras;

Leprose dos citros

Uma doença chamada **leprose dos citros**;

- ⇒ É causada pelo *Citrus leprosis virus* (CiLV), que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*;
- ⇒ A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados pelos talhões das fazendas produtoras;
- ⇒ Causa **depreciação** dos frutos, **queda prematura** das folhas e frutos, seca dos ramos e **redução** da vida útil da planta;

Leprose dos citros

Uma doença chamada **leprose dos citros**;

- ⇒ É causada pelo *Citrus leprosis virus* (CiLV), que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*;
- ⇒ A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados pelos talhões das fazendas produtoras;
- ⇒ Causa **depreciação** dos frutos, **queda prematura** das folhas e frutos, seca dos ramos e **redução** da vida útil da planta;
- ⇒ O **conhecimento** dos padrões da **incidência** da doença e do ácaro transmissor no tempo e no espaço permite a **descrição** da dinâmica da doença e pode **indicar** estratégias para controle da epidemia;

Dados de leprose dos citros



Fonte Fundecitrus

Figura: Órgãos da planta com sintomas de leprose dos citros

Dados de leprose dos citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura).

⇒ São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;

Dados de leprose dos citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura).

- ⇒ São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;
- ⇒ O talhão é formado por 20 linhas com 58 plantas em cada linha, com espaçamento de $7,5 \times 3,8$ metros;

Dados de leprose dos citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura).

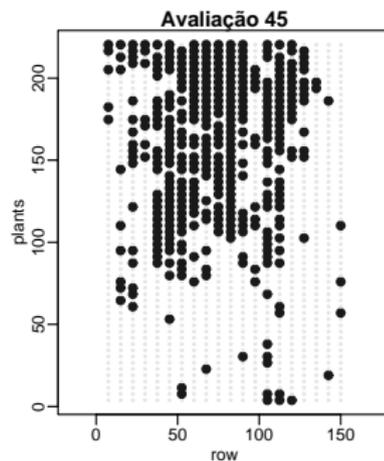
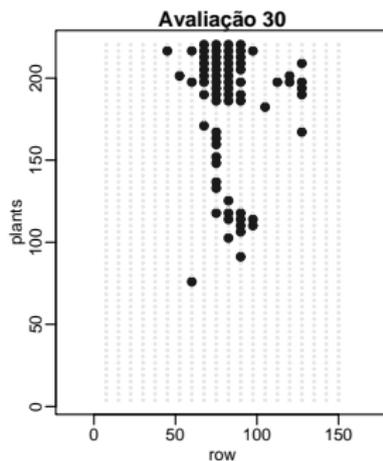
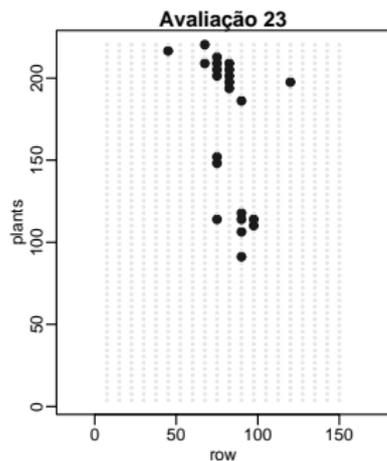
- ⇒ São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;
- ⇒ O talhão é formado por 20 linhas com 58 plantas em cada linha, com espaçamento de $7,5 \times 3,8$ metros;
- ⇒ Foram feitas 45 avaliações entre janeiro de 2002 e novembro de 2004;
- ⇒ As variáveis medidas foram: **incidência de doença** na planta, **incidência de ácaro** na planta e o **número de ácaros** na planta;

Dados de leprose dos citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura).

- ⇒ São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;
- ⇒ O talhão é formado por 20 linhas com 58 plantas em cada linha, com espaçamento de $7,5 \times 3,8$ metros;
- ⇒ Foram feitas 45 avaliações entre janeiro de 2002 e novembro de 2004;
- ⇒ As variáveis medidas foram: **incidência de doença** na planta, **incidência de ácaro** na planta e o **número de ácaros** na planta;
- Czermainski (2006)

Dados de leprose dos citros



Algumas questões

O que precisa ser investigado...

Algumas questões

O que precisa ser investigado...

- ⇒ Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- ⇒ O padrão varia ao longo do tempo/incidência?

Algumas questões

O que precisa ser investigado...

- ⇒ Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- ⇒ O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- ⇒ Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?

Algumas questões

O que precisa ser investigado...

- ⇒ Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- ⇒ O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- ⇒ Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?
- ⇒ A análise pode ser individual para cada avaliação, ou é possível combinar em um modelo diferentes avaliações?
- ⇒ Existem efeitos de covariáveis?

Algumas questões

O que precisa ser investigado...

- ⇒ Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- ⇒ O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- ⇒ Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?
- ⇒ A análise pode ser individual para cada avaliação, ou é possível combinar em um modelo diferentes avaliações?
- ⇒ Existem efeitos de covariáveis?
- ⇒ Como combinar vários tempos, considerar intervalos diferentes entre as avaliações?

Modelagem dos dados

Dados binários com dependência espacial;

Modelagem dos dados

Dados binários com dependência espacial;

- ⇒ Ajustar um modelo logístico usual aos dados não é adequado;
- ⇒ A variabilidade espacial dos dados deve ser considerada na modelagem;

Modelagem dos dados

Dados binários com dependência espacial;

- ⇒ Ajustar um modelo logístico usual aos dados não é adequado;
- ⇒ A variabilidade espacial dos dados deve ser considerada na modelagem;
- ⇒ Uma forma de considerar essa variabilidade é ajustar um **modelo autolístico**;

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$P(Y = 1|x_i, y_i) = \text{logit}(p_i) = \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} + \sum_{d=1}^q \gamma_d y_{id} \quad (1)$$

Modelo autológico

Estimação do modelo por Besag (1975);

Modelo autológico

Estimação do modelo por Besag (1975);

A estimativa da máxima pseudo-verossimilhança para os parâmetros é definida como o conjunto de valores que maximiza o logaritmo da função de pseudo-verossimilhança,

$$l(p_i) = \sum_{i=1}^n y_i \log p_i + \sum_{i=1}^n (1 - y_i) \log(1 - p_i) . \quad (2)$$

Modelo autológico

- ⇒ **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nos erros das estimativas dos parâmetros.
- ⇒ Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;

Modelo autológico

- ⇒ **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nos erros das estimativas dos parâmetros.
- ⇒ Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;
- ⇒ **Uma solução:** Reamostragem. Mas como fazer, pois os dados são espacialmente estruturados?

Modelo autológico

- ⇒ **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nos erros das estimativas dos parâmetros.
- ⇒ Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;
- ⇒ **Uma solução:** Reamostragem. Mas como fazer, pois os dados são espacialmente estruturados?
- ⇒ **Reamostragem com amostrador de Gibbs**, Gumpertz, Graham e Ristiano (1997): Simular y_i condicionando ao *status* das vizinhas, usando (1) com γ_d 's estimados para os dados observados.

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- ⇒ O amostrador de Gibbs preserva o padrão espacial dos dados originais na reamostragem;

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- ⇒ O amostrador de Gibbs preserva o padrão espacial dos dados originais na reamostragem;
- ⇒ Gerar B amostras $(y^{(1)}, \dots, y^{(B)})$ obtendo estimativas $(\hat{\gamma}^{(1)}, \dots, \hat{\gamma}^{(B)})$ para cada uma;
- ⇒ A variância do estimador $\hat{\gamma}$ é dada pela variância das estimativas $(\hat{\gamma}^{(1)}, \dots, \hat{\gamma}^{(B)})$.

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Modelo Autológico Espaço-Temporal

A expressão do modelo autológico espaço-temporal é dada por,

$$\frac{\Delta_t \exp\{\sum_{j=0}^p \beta_j x_{k,l,j} + \sum_{d=1}^q \gamma_d y_{k,l,t,d}\}}{1 + \Delta_t \exp\{\sum_{j=0}^p \beta_j x_{k,l,j} + \sum_{d=1}^q \gamma_d y_{k,l,t,d}\}}$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

A expressão do modelo autológico espaço-temporal é dada por,

$$\frac{\Delta_t \exp\{\sum_{j=0}^p \beta_j x_{k,l,j} + \sum_{d=1}^q \gamma_d y_{k,l,t,d}\}}{1 + \Delta_t \exp\{\sum_{j=0}^p \beta_j x_{k,l,j} + \sum_{d=1}^q \gamma_d y_{k,l,t,d}\}}$$

O modelo acrescenta Δ_t considerado *offset* no modelo, e que é o peso do valor da diferença entre os diferentes períodos de tempo.

Objetivos

Diante desse contexto o interesse do trabalho é:

Objetivos

Diante desse contexto o interesse do trabalho é:

- ⇒ Propor estratégias de modelagem contemplando questões que podem ser incorporadas no estudo quando ajustado o modelo autológico:

Objetivos

Diante desse contexto o interesse do trabalho é:

- ⇒ Propor estratégias de modelagem contemplando questões que podem ser incorporadas no estudo quando ajustado o modelo autologístico:
 - ⇒ a estrutura de covariáveis de vizinhança,
 - ⇒ a dimensão temporal dos dados e
 - ⇒ o efeito defasado das covariáveis de vizinhança;

Objetivos

Diante desse contexto o interesse do trabalho é:

- ⇒ Propor estratégias de modelagem contemplando questões que podem ser incorporadas no estudo quando ajustado o modelo autologístico:
 - ⇒ a estrutura de covariáveis de vizinhança,
 - ⇒ a dimensão temporal dos dados e
 - ⇒ o efeito defasado das covariáveis de vizinhança;
 - ⇒ aos dados de leprose, quer-se selecionar um modelo adequado com fatores que descrevam a dinâmica da doença e que, de alguma forma, venham a auxiliar nas práticas de controle;

Objetivos

Diante desse contexto o interesse do trabalho é:

- ⇒ Propor estratégias de modelagem contemplando questões que podem ser incorporadas no estudo quando ajustado o modelo autologístico:
 - ⇒ a estrutura de covariáveis de vizinhança,
 - ⇒ a dimensão temporal dos dados e
 - ⇒ o efeito defasado das covariáveis de vizinhança;
 - ⇒ aos dados de leprose, quer-se selecionar um modelo adequado com fatores que descrevam a dinâmica da doença e que, de alguma forma, venham a auxiliar nas práticas de controle;
 - ⇒ são apresentadas as funcionalidades de dois pacotes, para o ajuste do modelo autologístico, Rictrus e stLattice do ambiente estatístico R.

Pacotes estatísticos para análise

Os procedimentos de análise foram feitos no ambiente estatístico R, usando os pacotes,

Pacotes estatísticos para análise

Os procedimentos de análise foram feitos no ambiente estatístico R,
usando os pacotes,

⇒ Rcitrus;

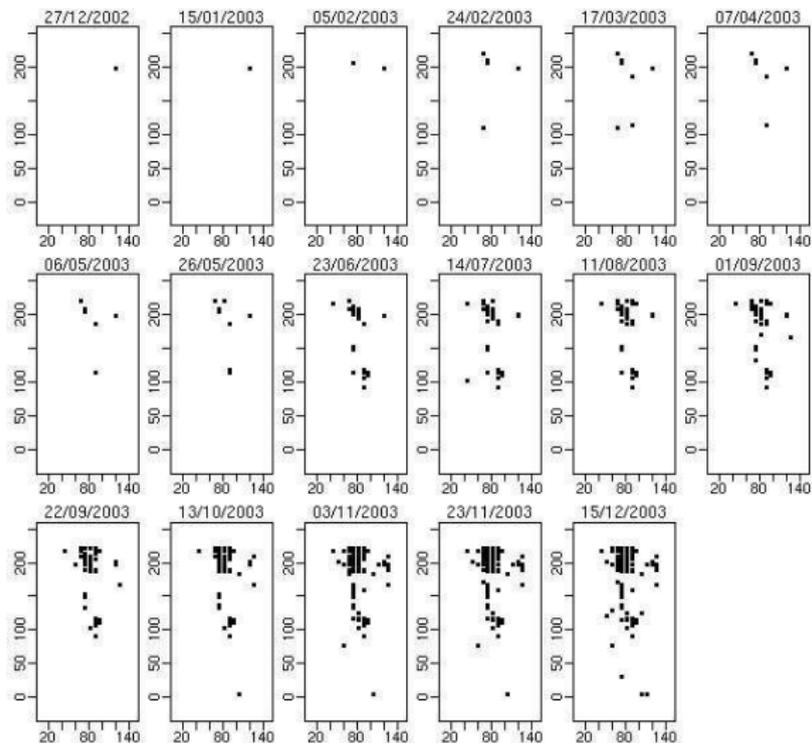
Pacotes estatísticos para análise

Os procedimentos de análise foram feitos no ambiente estatístico R, usando os pacotes,

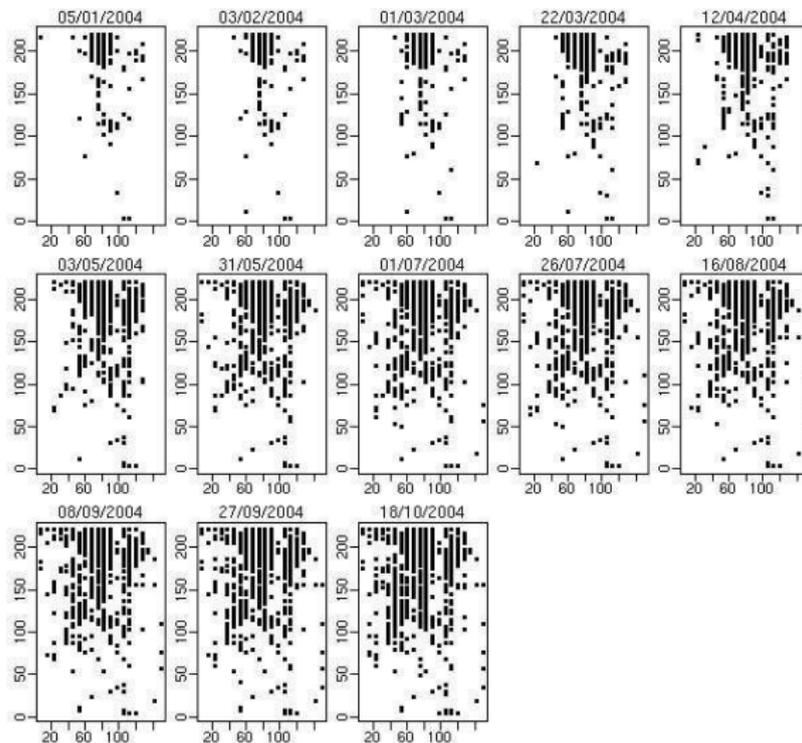
⇒ Rcitrus;

⇒ stLattice;

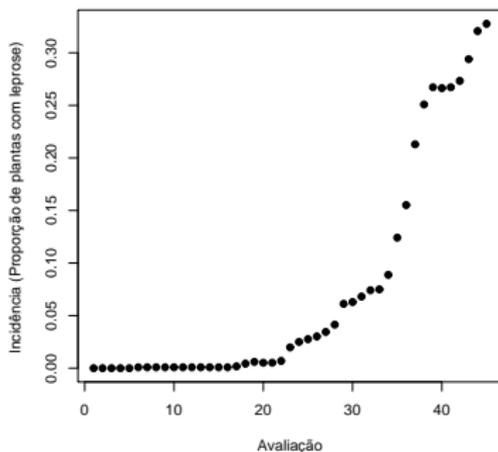
Dados de leprose dos citros



Dados de leprose dos citros

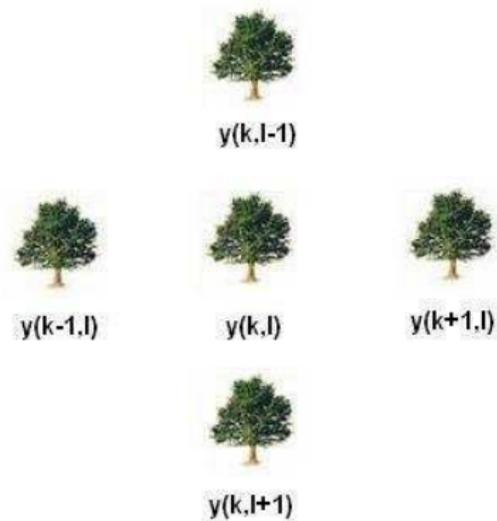


Dados de leprose dos citros

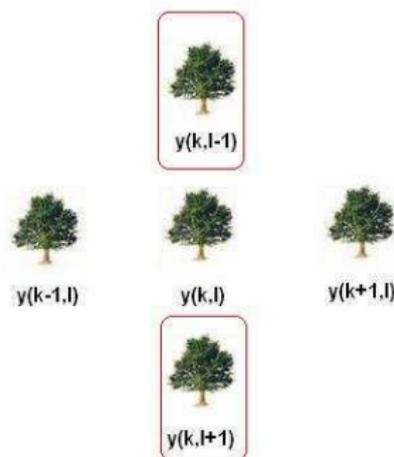


Após as análises descritivas indicarem a presença do padrão espacial, o interesse passa a ser a modelagem.

Estrutura de vizinhança

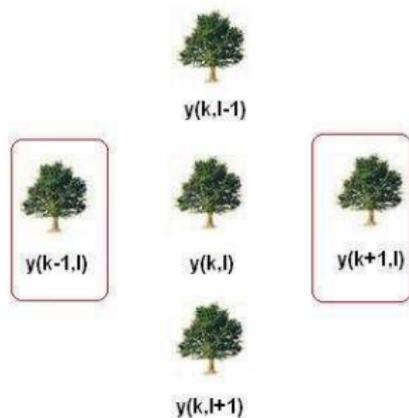


Estrutura de vizinhança



$L_{kl} = y_{(k,l-1)} + y_{(k,l+1)}$ é a covariável de vizinhança dentro da linha.

Estrutura de vizinhança



$C_{kl} = y_{(k-1,l)} + y_{(k+1,l)}$ é a covariável de vizinhança entre linhas.

Aplicação do modelo

O **modelo autolístico** foi usado para o ajuste dos dados de leprose dos citros;

$$\textit{logit}(p_{kl}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{kl1} + \gamma_2 C_{kl2}$$

Aplicação do modelo

O **modelo autológico** foi usado para o ajuste dos dados de leprose dos citros;

$$\text{logit}(p_{kl}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{kl1} + \gamma_2 C_{kl2}$$

- ⇒ p_{kl} é a probabilidade da planta na linha k e na coluna l estar doente;
- ⇒ L_{kl1} é a covariável de vizinhança dentro da linha;
- ⇒ C_{kl2} é a covariável de vizinhança entre linhas de plantas;
- ⇒ γ_1 e γ_2 são os parâmetros que medem o efeito das covariáveis de vizinhança.

Aplicação do modelo

Uma possível aplicação do modelo aos dados,

Aplicação do modelo

Uma possível aplicação do modelo aos dados,

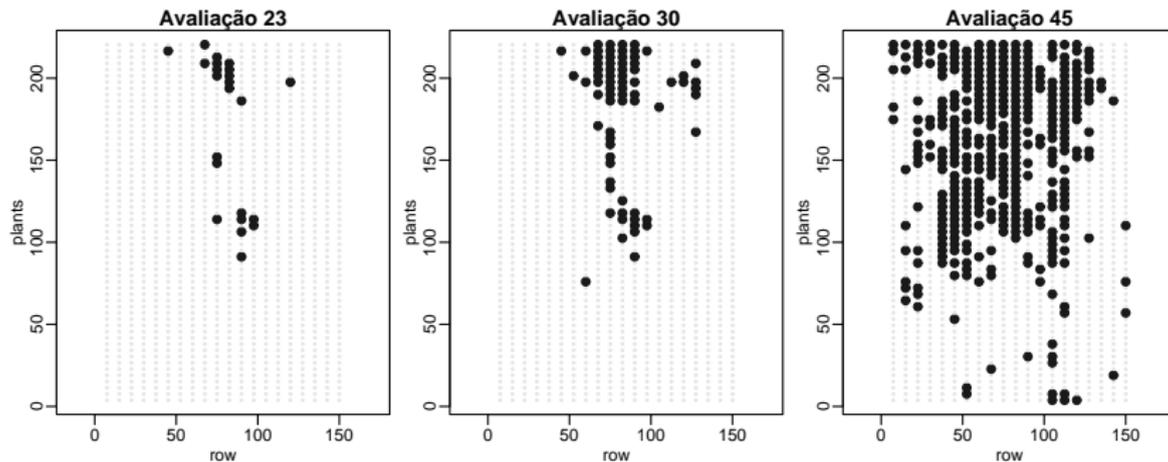


Figura: Dados de leprose em citros

Resultados

Para a avaliação 23,

$$\text{logit}(p_{kl}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{kl1} + \gamma_2 C_{kl2}$$

Resultados

Para a avaliação 23,

$$\text{logit}(p_{kl}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{kl1} + \gamma_2 C_{kl2}$$

	Estimativa	Erro Padrão	Valor p
β_0	-4,859	0,359	<0,001
γ_1	3,593	0,548	<0,001
γ_2	0,748	0,699	0,285

Resultados

Av.	$\hat{\beta}_0 \pm EP(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\gamma}_1 \pm EP(\hat{\gamma}_1)$	$\hat{\gamma}_2 \pm EP(\hat{\gamma}_2)$
35	$-3,52 \pm 0,19$	$2,29 \pm 0,21$	$0,95 \pm 0,22$
36	$-3,24 \pm 0,17$	$1,97 \pm 0,17$	$0,96 \pm 0,19$
37	$-3,17 \pm 0,15$	$2,10 \pm 0,16$	$0,85 \pm 0,16$
38	$-2,69 \pm 0,15$	$1,87 \pm 0,15$	$0,51 \pm 0,14$
39	$-2,64 \pm 0,15$	$1,79 \pm 0,14$	$0,57 \pm 0,14$
40	$-2,59 \pm 0,15$	$1,85 \pm 0,14$	$0,43 \pm 0,14$
41	$-2,60 \pm 0,15$	$1,76 \pm 0,13$	$0,55 \pm 0,13$
42	$-2,59 \pm 0,15$	$1,72 \pm 0,13$	$0,60 \pm 0,13$
43	$-2,58 \pm 0,15$	$1,68 \pm 0,13$	$0,68 \pm 0,13$
44	$-2,50 \pm 0,15$	$1,55 \pm 0,12$	$0,76 \pm 0,13$

Os valores p foram todos menores de 0,001;

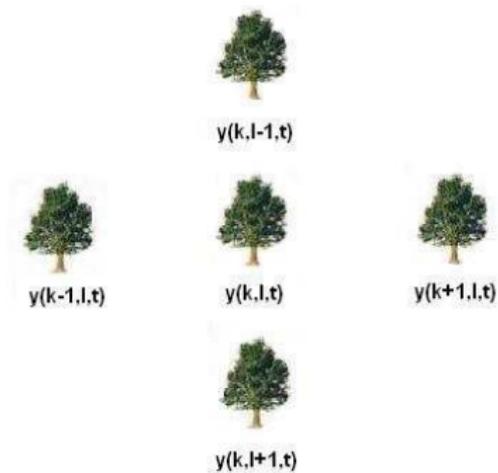
Estender o modelo

⇒ Para os dados de leprose dos citros apenas essa análise é insuficiente, é preciso estender o modelo;

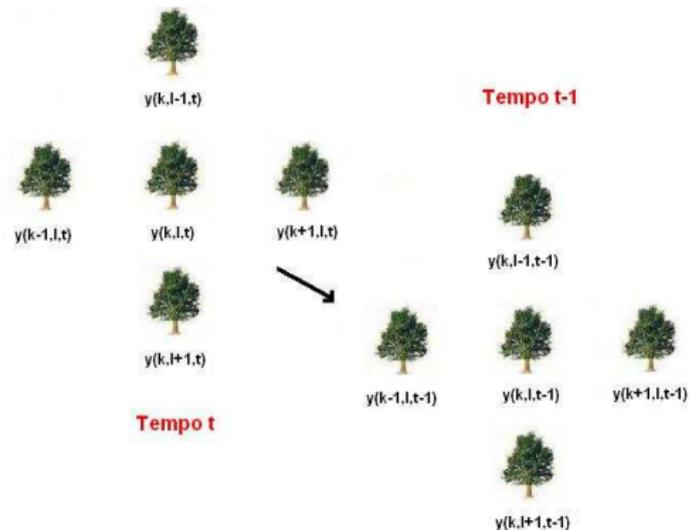
Estender o modelo

- ⇒ Para os dados de leprose dos citros apenas essa análise é insuficiente, é preciso estender o modelo;
- ⇒ As variáveis são coletadas em períodos de tempo diferentes;
- ⇒ Considerar a estrutura temporal dos dados no modelo;
- ⇒ Modelo autológico espaço-temporal;

Dados de leprose dos citros



Dados de leprose dos citros



Modelos propostos

Alguns modelos propostos para a modelagem dos dados...

Modelos	Equações
M1	$\beta_0 + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)}$
M2	$\beta_0 + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t-1,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t-1,2)}$
M3	$\beta_0 + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t,2)}$
M4	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,1,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)}$
M5	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,1,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t-1,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t-1,2)}$
M6	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,1,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t,2)}$
M7	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,2,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)}$
M8	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,2,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t-1,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t-1,2)}$
M9	$\beta_0 + \beta_1 x_{(k,l,2,1)} + \gamma_0 S_{(k,l,t-1,0)} + \gamma_1 L_{(k,l,t,1)} + \gamma_2 C_{(k,l,t,2)}$

Resultados

Modelos	$\hat{\beta}_0 \pm EP(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\beta}_1 \pm EP(\hat{\beta}_1)$	$\hat{\gamma}_0 \pm EP(\hat{\gamma}_0)$	$\hat{\gamma}_1 \pm EP(\hat{\gamma}_1)$	$\hat{\gamma}_2 \pm EP(\hat{\gamma}_2)$
M1	-2,040±0,023**	..	1,625±0,043**
M2	-2,552±0,029**	..	1,064±0,047**	0,616±0,033**	0,959±0,032**
M3	-2,545±0,029**	..	1,043±0,048**	0,745±0,031**	0,716±0,032**
M4	-2,243±0,026**	0,801±0,041**	1,500±0,044**
M5	-2,661±0,031**	0,531±0,044**	1,012±0,047**	0,571±0,034**	0,919±0,032**
M6	-2,659±0,032**	0,556±0,043**	0,993±0,047**	0,702±0,032**	0,676±0,032**
M7	-2,341±0,023**	0,022±0,002**	1,572±0,043**
M8	-2,577±0,029**	0,013±0,001**	1,045±0,047**	0,597±0,033**	0,944±0,032**
M9	-2,567±0,029**	0,013±0,002**	1,028±0,047**	0,727±0,031**	0,699±0,032**

** significativos a 1% de probabilidade.

Resultados

Modelos	AIC	BIC
M2	33006,94	33038,96
M3	33419,41	33451,43
M4	26516,68	26540,70
M5	40868,39	40908,42
M6	41343,40	41383,44
M7	26828,33	26852,35
M8	41104,43	41144,47
M9	41629,12	41669,15

Resultados

- ⇒ O modelo M4 indica que o *status* da mesma planta em uma avaliação anterior juntamente com a incidência do ácaro é o que melhor explica a ocorrência da doença.
- ⇒ Através dos coeficientes do modelo pode-se calcular a probabilidade da planta apresentar leprose, dado que ela estava ou não doente na avaliação anterior e da planta ter ou não presença de ácaro.

Resultados

- ⇒ Embora o modelo $M4$ seja indicado pelo AIC e pelo BIC como de melhor ajuste dentre os modelos $M2$ a $M9$, isso não exclui a importância e a possibilidade de extrair resultados práticos dos demais.
- ⇒ A significância dos demais efeitos mostra a relevância do padrão espacial da doença nas plantas vizinhas bem como da presença de ácaros.

Considerações finais

- ⇒ O modelo autológico descreve de forma explícita o padrão espacial de doenças em plantas, detectando a existência de padrões e quantificando o efeito da presença da doença em diferentes estruturas de vizinhança na probabilidade de uma planta tornar-se doente.

Considerações finais

- ⇒ O modelo autológico descreve de forma explícita o padrão espacial de doenças em plantas, detectando a existência de padrões e quantificando o efeito da presença da doença em diferentes estruturas de vizinhança na probabilidade de uma planta tornar-se doente.
- ⇒ Os pacotes estatísticos Rcitrus e stLattice são flexíveis para trabalhar com o modelo autológico.

Considerações finais

- ⇒ O modelo autológico descreve de forma explícita o padrão espacial de doenças em plantas, detectando a existência de padrões e quantificando o efeito da presença da doença em diferentes estruturas de vizinhança na probabilidade de uma planta tornar-se doente.
- ⇒ Os pacotes estatísticos Rcitrus e stLattice são flexíveis para trabalhar com o modelo autológico.
- ⇒ A metodologia apresentada aqui não é restrita para análise de doenças de citros, podendo ser usada na avaliação de padrões espaço-temporais e efeitos de fatores que afetem doenças de plantas em condições análogas de configuração espacial e disponibilidade de dados.

BESAG, J. Nearest-neighbour systems and the auto-logistic model for binary data, **Journal of the Royal Statistics Society**, Series B, n. 34, p. 75-83, 1972.

GUMPERTZ, M.L.; GRAHAM, J. M.; RISTAINO, J.B. Autologistic model of spatial pattern of Phytophthora epidemic in bell pepper: effects of soil variables on disease presence. **Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics**, v.2, n.2, p.131-156, 1997.

FRANCISCON, L.; RIBEIRO JR.; KRAINSKI, E.T.; CZERMAINSKI, A.B.C.; BASSANEZI, R.B. Análise espaço-temporal da leprose dos citros com uso do modelo autológico, **PAB**, Brasília, 2008. Em submissão.

KRAINSKI, E. T.; RIBEIRO JR., P. J.; BASSANEZI, R.B.; FRANCISCON, L. Autologistic model with an application to the citrus sudden death, **Scientia Agricola**, Piracicaba, v.65, n.5, p.447-565, 2008.

Agradecimentos

Ao Prof. Paulo Justiniano;

Ao Elias Krainski e ao LEG (Laboratório de Estatística e Geoinformação);

Ao FUNDECITRUS pela concessão dos dados.

À Embrapa Suínos e Aves;



Figura: www.leg.ufpr.br