

O Modelo Autológico: Uma Aplicação a Dados de Citros

Luziane Francison

Orientador: Prof Paulo Justiniano Ribeiro Jr

Esalq/USP

Novembro de 2007



Roteiro de apresentação

- Contexto de dados espaciais;

Roteiro de apresentação

- Contexto de dados espaciais;
- Um exemplo de dados de leprose em citros;

Roteiro de apresentação

- Contexto de dados espaciais;
- Um exemplo de dados de leprose em citros;
- O modelo autológico;

Roteiro de apresentação

- Contexto de dados espaciais;
- Um exemplo de dados de leprose em citros;
- O modelo autológico;
- Aplicações do modelo aos dados;

...dados espaciais em *lattice*...

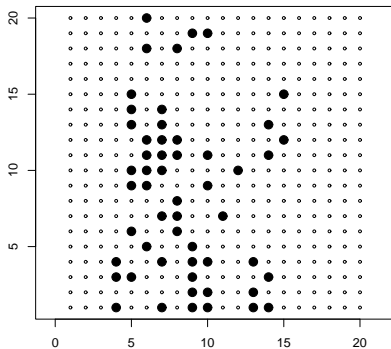


Figura: Dados espaciais em *lattice*

Diferentes abordagens

- Diferentes abordagens;

Diferentes abordagens

- Diferentes abordagens;
- Aqui será usado uma abordagem que modela uma observação em função do *status* dos vizinhos;

Diferentes abordagens

- Diferentes abordagens;
- Aqui será usado uma abordagem que modela uma observação em função do *status* dos vizinhos;
- Existem duas categorias:
 - Efeitos fixos \rightarrow modelo autologístico;
 - Efeitos aleatórios \rightarrow modelo CAR;

Diferentes abordagens

- Diferentes abordagens;
- Aqui será usado uma abordagem que modela uma observação em função do *status* dos vizinhos;
- Existem duas categorias:
 - Efeitos fixos → modelo autologístico;
 - Efeitos aleatórios → modelo CAR;
- A chave dessa abordagem é a definição e o uso da **estrutura de vizinhança**;

Estrutura de vizinhança

Diferentes estruturas de vizinhança dos dados;

Estrutura de vizinhança

Diferentes estruturas de vizinhança dos dados;

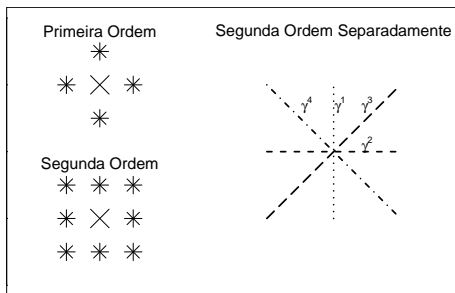


Figura: Estruturas de vizinhança

Estudo Espacial em Leprose dos Citros

Leprose em citros

Uma doença de citros chamada **leprose**;

Leprose em citros

Uma doença de citros chamada **leprose**;

- É causada pelo **vírus** *Citrus leprosis virus* - CiLV, que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*

Leprose em citros

Uma doença de citros chamada **leprose**;

- É causada pelo **vírus** *Citrus leprosis virus* - CiLV, que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*
- A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados por praticamente toda área citrícola do Brasil;

Leptose em citros

Uma doença de citros chamada **leptose**;

- É causada pelo **vírus** *Citrus leprosis virus* - CiLV, que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*
- A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados por praticamente toda área citrícola do Brasil;
- Causa **depreciação** dos frutos, **queda prematura** das folhas e frutos, seca dos ramos e **redução** da vida útil da planta;

Leprose em citros

Uma doença de citros chamada **leprose**;

- É causada pelo **vírus** *Citrus leprosis virus* - CiLV, que é transmitido pelo **ácaro** *Brevipalpus phoenicis*
- A **doença** e o **ácaro** transmissor encontram-se amplamente disseminados por praticamente toda área citrícola do Brasil;
- Causa **depreciação** dos frutos, **queda prematura** das folhas e frutos, seca dos ramos e **redução** da vida útil da planta;
- Tornou-se uma das principais doenças da citricultura brasileira;

(figuras...)

Dados de leprose em citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus.

- São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;

Dados de leprose em citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus.

- São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;
- O talhão é formado por 20 linhas com 58 plantas em cada linha, com espaçamento de $7,5 \times 3,8$ metros;

Dados de leprose em citros

Os dados são oriundos do Fundecitrus.

- São dados de **incidência de leprose** em um talhão de citros, em Santa Cruz do Rio Pardo/SP;
- O talhão é formado por 20 linhas com 58 plantas em cada linha, com espaçamento de $7,5 \times 3,8$ metros;
- Foram feitas 45 avaliações entre janeiro de 2002 e novembro de 2004;
- As variáveis medidas foram: **incidência de doença** na planta, nos frutos, ramos e folhas, também foram medidas **incidência de ácaro** na planta, nos frutos e folhas;

Dados de leprose em citros

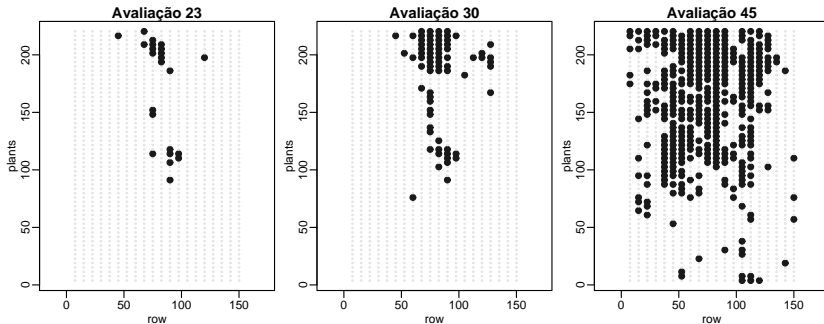


Figura: Dados de leprose em citros

Dados de leprose em citros

O que precisa ser investigado...

Dados de leprose em citros

O que precisa ser investigado...

- Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- O padrão varia ao longo do tempo/incidência?

Dados de leprose em citros

O que precisa ser investigado...

- Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?

Dados de leprose em citros

O que precisa ser investigado...

- Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?
- A análise pode ser individual para cada avaliação, ou pode-se combinar em um modelo diferentes avaliações?
- Existem efeitos de covariáveis?

Dados de leprose em citros

O que precisa ser investigado...

- Existe padrão espacial na ocorrência de doença?
- O padrão varia ao longo do tempo/incidência?
- Qual estrutura de vizinhança adequada para capturar o padrão espacial da doença?
- A análise pode ser individual para cada avaliação, ou pode-se combinar em um modelo diferentes avaliações?
- Existem efeitos de covariáveis?
- Como combinar vários tempos, considerar intervalos diferentes entre as avaliações?

Modelagem dos dados

Dados binários com dependência espacial;

Modelagem dos dados

Dados **binários** com **dependência espacial**;

- Ajustar um modelo logístico usual aos dados não é adequado;
- Há superdispersão causada pela variabilidade espacial;

Modelagem dos dados

Dados **binários** com **dependência espacial**;

- Ajustar um modelo logístico usual aos dados não é adequado;
- Há superdispersão causada pela variabilidade espacial;
- Uma forma de considerar essa variabilidade é ajustar um **modelo autologístico**;

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij} \quad (1)$$

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij} \quad (1)$$

- p_{ij} é a probabilidade da planta na linha i e na coluna j estar doente;

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij} \quad (1)$$

- p_{ij} é a probabilidade da planta na linha i e na coluna j estar doente;
- $L_{ij} = (y_{i-1,j} + y_{i+1,j})$ são as vizinhas das linhas adjacentes, formando a covariável de vizinhança entre linhas;

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij} \quad (1)$$

- p_{ij} é a probabilidade da planta na linha i e na coluna j estar doente;
- $L_{ij} = (y_{i-1,j} + y_{i+1,j})$ são as vizinhas das linhas adjacentes, formando a covariável de vizinhança entre linhas;
- $C_{ij} = (y_{i,j-1} + y_{i,j+1})$ são as vizinhas das colunas adjacentes, formando a covariável de vizinhança dentro da linha;

Modelo autológico

O modelo autológico proposto por Besag (1972);

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij} \quad (1)$$

- p_{ij} é a probabilidade da planta na linha i e na coluna j estar doente;
- $L_{ij} = (y_{i-1,j} + y_{i+1,j})$ são as vizinhas das linhas adjacentes, formando a covariável de vizinhança entre linhas;
- $C_{ij} = (y_{i,j-1} + y_{i,j+1})$ são as vizinhas das colunas adjacentes, formando a covariável de vizinhança dentro da linha;
- γ_1 e γ_2 são os parâmetros que medem o efeito das covariáveis de vizinhança.

Modelo autológico

Estimação Besag (1975);

Utilizar uma pseudo-verossimilhança:

$$\tilde{L}(\gamma, y) = \prod_i \prod_j f(p_{ij}, y) \quad (2)$$

Modelo autológico

Estimação Besag (1975);

Utilizar uma pseudo-verossimilhança:

$$\tilde{L}(\gamma, y) = \prod_i \prod_j f(p_{ij}, y) \quad (2)$$

$f(\cdot)$ é a densidade de uma distribuição de Bernoulli.

Modelo autológico

Estimação Besag (1975);

Utilizar uma pseudo-verossimilhança:

$$\tilde{L}(\gamma, y) = \prod_i \prod_j f(p_{ij}, y) \quad (2)$$

$f(\cdot)$ é a densidade de uma distribuição de Bernoulli.

- **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nas estimativas de variância dos efeitos.
- Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;

Modelo autológico

Estimação Besag (1975);

Utilizar uma pseudo-verossimilhança:

$$\tilde{L}(\gamma, y) = \prod_i \prod_j f(p_{ij}, y) \quad (2)$$

$f(\cdot)$ é a densidade de uma distribuição de Bernoulli.

- **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nas estimativas de variância dos efeitos.
- Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;
- **Uma solução:** Reamostragem. Mas como fazer, pois os dados são espacialmente estruturados?

Modelo autológico

Estimação Besag (1975);

Utilizar uma pseudo-verossimilhança:

$$\tilde{L}(\gamma, y) = \prod_i \prod_j f(p_{ij}, y) \quad (2)$$

$f(\cdot)$ é a densidade de uma distribuição de Bernoulli.

- **Problema:** Observações são dependentes, causam problemas nas estimativas de variância dos efeitos.
- Precisa usar um procedimento para estimar adequadamente os erros-padrão das estimativas;
- **Uma solução:** Reamostragem. Mas como fazer, pois os dados são espacialmente estruturados?
- **Reamostragem com amostrador de Gibbs**, Gumpertz e Ristiano (1997): Simular y_{ij} condicionando ao *status* das vizinhas, usando (1) com γ_1 e γ_2 estimados para os dados observados.

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- O algoritmo amostrador de Gibbs é utilizado para preservar o padrão espacial dos dados;

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- O algoritmo amostrador de Gibbs é utilizado para preservar o padrão espacial dos dados;
- Gerar B amostras e estimar a quantidade de interesse,

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- O algoritmo amostrador de Gibbs é utilizado para preservar o padrão espacial dos dados;
- Gerar B amostras e estimar a quantidade de interesse,
- Passos:
 - 1 Simular um novo *lattice*, uma planta por vez:

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- O algoritmo amostrador de Gibbs é utilizado para preservar o padrão espacial dos dados;
- Gerar B amostras e estimar a quantidade de interesse,
- Passos:
 - 1 Simular um novo *lattice*, uma planta por vez:
 - Usar $\hat{\gamma}$ estimado nos dados observados;
 - Condicionar no *status* atual das vizinhas;
 - Calcular a probabilidade de doença;
 - Simular $\{0,1\}$ com a probabilidade estimada;
 - Ir para próxima planta, aleatoriamente.

Modelo autológico

Reamostragem com Amostrador de Gibbs

- O algoritmo amostrador de Gibbs é utilizado para preservar o padrão espacial dos dados;
- Gerar B amostras e estimar a quantidade de interesse,
- Passos:
 - 1 Simular um novo *lattice*, uma planta por vez:
 - Usar $\hat{\gamma}$ estimado nos dados observados;
 - Condicionar no *status* atual das vizinhas;
 - Calcular a probabilidade de doença;
 - Simular $\{0,1\}$ com a probabilidade estimada;
 - Ir para próxima planta, aleatoriamente.
 - 2 Obter a estimativa de γ em cada *lattice* simulado;
 - 3 Repetir B vezes.

Aplicação do modelo

- O **modelo autológico** foi usado para o ajuste dos dados de leprose de citros;

Aplicação do modelo

- O [modelo autológico](#) foi usado para o ajuste dos dados de leprose de citros;
- Os cálculos foram feitos no pacote [Rcitrus](#) do R;

Aplicação do modelo

Uma possível aplicação do modelo aos dados,

Aplicação do modelo

Uma possível aplicação do modelo aos dados,

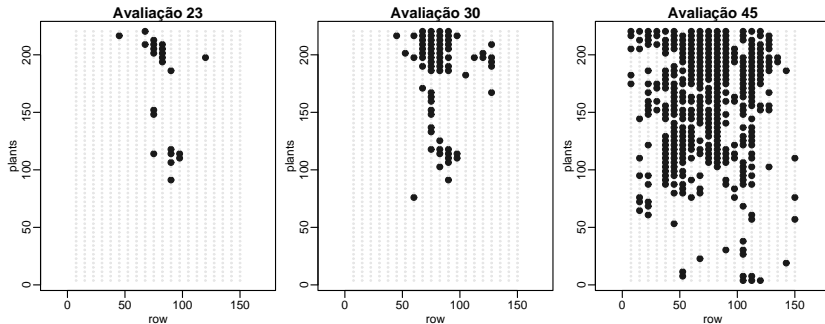


Figura: Dados de leprose em citros

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij}$$

Resultados

$$\text{logit}(p_{ij}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij} + \gamma_2 C_{ij}$$

	Estimativa	Erro Padrão	Teste z	Valor p
β_0	-4,5223	0,3061	-14,77	<0,001
γ_1	3,3819	0,4863	6,95	<0,001
γ_2	0,3590	0,6094	0,59	0,5558

Estendendo o modelo

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij}^t + \gamma_2 C_{ij}^t ;$$

Resultados

Tabela: Avaliações, incidências, estimativas e erros dos parâmetros

Av.	Incid	$\hat{\beta}_0 \pm EP$	$\hat{\gamma}_1 \pm EP$	$\hat{\gamma}_2 \pm EP$
35	0.155	-3.52 ± 0.19	2.29 ± 0.21	0.95 ± 0.22
36	0.213	-3.24 ± 0.17	1.97 ± 0.17	0.96 ± 0.19
37	0.251	-3.17 ± 0.15	2.10 ± 0.16	0.85 ± 0.16
38	0.267	-2.69 ± 0.15	1.87 ± 0.15	0.51 ± 0.14
39	0.266	-2.64 ± 0.15	1.79 ± 0.14	0.57 ± 0.14
40	0.267	-2.59 ± 0.15	1.85 ± 0.14	0.43 ± 0.14
41	0.273	-2.60 ± 0.15	1.76 ± 0.13	0.55 ± 0.13
42	0.294	-2.59 ± 0.15	1.72 ± 0.13	0.60 ± 0.13
43	0.307	-2.58 ± 0.15	1.68 ± 0.13	0.68 ± 0.13
44	0.327	-2.50 ± 0.15	1.55 ± 0.12	0.76 ± 0.13

Resultados

Tabela: Avaliações, incidências, estimativas e erros dos parâmetros

Av.	Incid	$\hat{\beta}_0 \pm EP$	$\hat{\gamma}_1 \pm EP$	$\hat{\gamma}_2 \pm EP$
35	0.155	-3.52 ± 0.19	2.29 ± 0.21	0.95 ± 0.22
36	0.213	-3.24 ± 0.17	1.97 ± 0.17	0.96 ± 0.19
37	0.251	-3.17 ± 0.15	2.10 ± 0.16	0.85 ± 0.16
38	0.267	-2.69 ± 0.15	1.87 ± 0.15	0.51 ± 0.14
39	0.266	-2.64 ± 0.15	1.79 ± 0.14	0.57 ± 0.14
40	0.267	-2.59 ± 0.15	1.85 ± 0.14	0.43 ± 0.14
41	0.273	-2.60 ± 0.15	1.76 ± 0.13	0.55 ± 0.13
42	0.294	-2.59 ± 0.15	1.72 ± 0.13	0.60 ± 0.13
43	0.307	-2.58 ± 0.15	1.68 ± 0.13	0.68 ± 0.13
44	0.327	-2.50 ± 0.15	1.55 ± 0.12	0.76 ± 0.13

Os valores de p foram todos menores de 0,001;

Estender o modelo

- Para o problema apenas essa análise é insuficiente, é preciso estender o modelo;

Estender o modelo

- Para o problema apenas essa análise é insuficiente, é preciso estender o modelo;
- As variáveis são coletadas em períodos de tempo diferentes;
- Considerar a estrutura temporal dos dados no modelo;
- Modelos espaço-temporal;

Diferentes modelos

Modelos propostos:

- Modelo $m1$:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 C_{ij}^t + \gamma_2 C_{ij}^t ;$$

Diferentes modelos

Modelos propostos:

- Modelo $m1$:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 C_{ij}^t + \gamma_2 C_{ij}^t ;$$

- Modelo $m2$:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij}^{t-1} + \gamma_2 C_{ij}^{t-1} ;$$

Diferentes modelos

Modelos propostos:

- Modelo *m1*:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 C_{ij}^t + \gamma_2 C_{ij}^t ;$$

- Modelo *m2*:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij}^{t-1} + \gamma_2 C_{ij}^{t-1} ;$$

- Modelo *m3*:

$$\text{logit}(p_{ij}^t) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij}^{t-1} + \gamma_2 C_{ij}^{t-1} \gamma_3 L_{ij}^t + \gamma_4 C_{ij}^t .$$

Resultados

Tabela: Incidências, estimativas dos parâmetros dos modelos m_1 , m_2 , m_3

Av.	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3			
	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	Tempo Atual		Tempo Anterior	
	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$
35	2,29*	0,95*						
36	1,97*	0,96*	2,27*	1,06*	2,08*	0,33*	1,20	-0,40*
37	2,10*	0,85*	2,18*	0,93*	1,31*	0,91*	0,82*	0,10*
38	1,87*	0,51*	2,09*	0,92*	1,79*	0,45*	0,80	0,01*
39	1,79*	0,57*	1,80*	0,79*	1,06*	0,93*	-0,03*	0,67
40	1,85*	0,43*	1,74*	0,55*	1,32*	0,54*	0,35*	0,20
41	1,76*	0,55*	1,82*	0,49*	0,88*	1,02*	-0,60*	1,04
42	1,72*	0,60*	1,78*	0,49*	0,95*	0,87*	0,53*	-0,02
43	1,68*	0,68*	1,72*	0,56*	1,07*	0,68*	0,88	-0,30
44	1,55*	0,76*	1,66*	0,66*	0,95*	0,79*	0,64*	0,02

* valor de p significativo ($p < 0,01$)

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Relembrando,

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Relembrando, se quisermos modelar as covariáveis de vizinhança apenas entre as linhas, o modelo autológico seria,

$$\eta = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij};$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Relembrando, se quisermos modelar as covariáveis de vizinhança apenas entre as linhas, o modelo autológico seria,

$$\begin{aligned}\eta &= \beta_0 + \gamma_1 L_{ij}; \\ \eta_{ij} &= \beta_0 + \gamma_1 (y_{(i-1,j)} + y_{(i+1,j)}); \end{aligned}$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Relembrando, se quisermos modelar as covariáveis de vizinhança apenas entre as linhas, o modelo autológico seria,

$$\eta_{ij} = \beta_0 + \gamma_1 L_{ij};$$

$$\eta_{ij} = \beta_0 + \gamma_1 (y_{(i-1,j)} + y_{(i+1,j)});$$

$$p_{ij} = \frac{\exp(\eta_{ij})}{1 + \exp(\eta_{ij})};$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Mas se quisermos usar o modelo autológico espaço-temporal, então,

$$\eta = \beta_0 + \gamma_1 L_{ijt} ;$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Mas se quisermos usar o modelo autológico espaço-temporal, então,

$$\begin{aligned}\eta &= \beta_0 + \gamma_1 L_{ijt} ; \\ \eta_{ijt} &= \beta_0 + \gamma_1 (y_{(i-1,j,t)} + y_{(i+1,j,t)}) ;\end{aligned}$$

Modelo Autológico Espaço-Temporal

Mas se quisermos usar o modelo autológico espaço-temporal, então,

$$\begin{aligned}\eta &= \beta_0 + \gamma_1 L_{ijt} ; \\ \eta_{ijt} &= \beta_0 + \gamma_1 (y_{(i-1,j,t)} + y_{(i+1,j,t)}) ; \\ p_{ijt} &= \frac{\Delta_t \exp(\eta_{ijt})}{1 + \Delta_t \exp(\eta_{ijt})} .\end{aligned}$$

Resultados

No caso do modelo espaço-temporal o ajuste para as 10 avaliações finais,

Resultados

No caso do modelo espaço-temporal o ajuste para as 10 avaliações finais,

$$\text{logit}(p_{ijt}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ijt} + \gamma_2 C_{ijt} ;$$

Resultados

No caso do modelo espaço-temporal o ajuste para as 10 avaliações finais,

$$\text{logit}(p_{ijt}) = \beta_0 + \gamma_1 L_{ijt} + \gamma_2 C_{ijt} ;$$

Tabela: Estimativas dos parâmetros, erros-padrão, teste e valor p

	Estimativa	Erro Padrão	Teste z	Valor p
β_0	-2,4467	0,0274	-89,1222	< 0,001
γ_1	0,8351	0,0304	27,4161	< 0,001
γ_2	0,8676	0,0301	28,8230	< 0,001

Considerações

A decisão de qual modelo usar deve ser guiada pelo interesse do problema;

Considerações

A decisão de qual modelo usar deve ser guiada pelo interesse do problema;

- Se for **preditivo**;
 - Enfocar modelos com capacidade preditiva, defasados no tempo;

Considerações

A decisão de qual modelo usar deve ser guiada pelo interesse do problema;

- Se for **preditivo**;
 - Enfocar modelos com capacidade preditiva, defasados no tempo;
- Se for **descritivo**;
 - Enfocar modelos com variáveis contemporâneas;

Outras abordagens

Outras formas de abordagem foram modeladas, como por exemplo,

- Modelo espaço-temporal:
 - Covariáveis → a mesma planta tempo anterior;
 - Covariáveis → plantas vizinhas no tempo anterior;
 - Covariáveis → plantas vizinhas no tempo atual;

Outras abordagens

Outras formas de abordagem foram modeladas, como por exemplo,

- Modelo espaço-temporal:
 - Covariáveis → a mesma planta tempo anterior;
 - Covariáveis → plantas vizinhas no tempo anterior;
 - Covariáveis → plantas vizinhas no tempo atual;
- Além das covariáveis de vizinhança introduziu-se ao modelo covariáveis do ácaro;

Continuidade do Trabalho

- Propor um modelo intermediário aos dois apresentados anteriormente;

BESAG, J. Nearest-Neighbour Systems and the Auto-logistic Model for Binary Data, **Journal of the Royal Statistics Society**, Series B, n. 34, p. 75-83, 1972.

GUMPERTZ, M. L. ; GRAHAM, J. M. and RISTAINO, J. B. Autologistic Model of Spatial Pattern of Phytophthora Epidemic in Bell Pepper: Effects of Soil Variables on Disease Presence. **Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics**, v.2, n.2, p.131-156, 1997.

KRAINSKI, E. T. ; RIBEIRO, P. J. ; BASSANEZI, R and FRANCISCON, L. Autologistic model with an application to the citrus sudden death, **Scientia Agrícola**, submetido, 2007.

Agradecimentos

- Ao Prof. Paulo Justiniano;
- Ao Elias Krainski e ao LEG (Laboratório de Estatística e Geoinformação);
- Ao FUNDECITRUS, na pessoa do Renato B. Bassanezi.
- A Embrapa Suínos e Aves;



Figura: www.leg.ufpr.br