
É possível um seguro agrícola no Brasil? Uma Abordagem Espacial.

Leonel Rodrigues

Renato Assunção

25/11/2009

Problema

- Ao agregar riscos, uma seguradora reduz o risco total.
 - Suposição ao agregar riscos: independência.
 - Colheitas não são independentes.
 - Porém, à medida em que a distância entre as áreas aumenta, a correlação entre elas diminui.
 - Sendo assim, é possível agregar riscos de forma eficiente sob dependência?
-

Objetivos

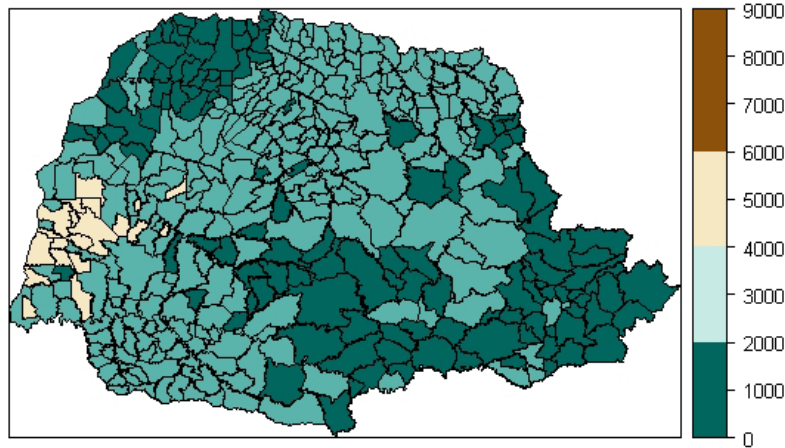
- Verificar se existe uma distância tal que podemos considerar que as áreas sejam independentes.
 - Verificar se é possível agrupar as perdas.
 - Calcular o prêmio puro anual por hectare.
 - Calcular um fator de carregamento que garanta uma probabilidade de ruína de aproximadamente 0.025.
-

Base de dados

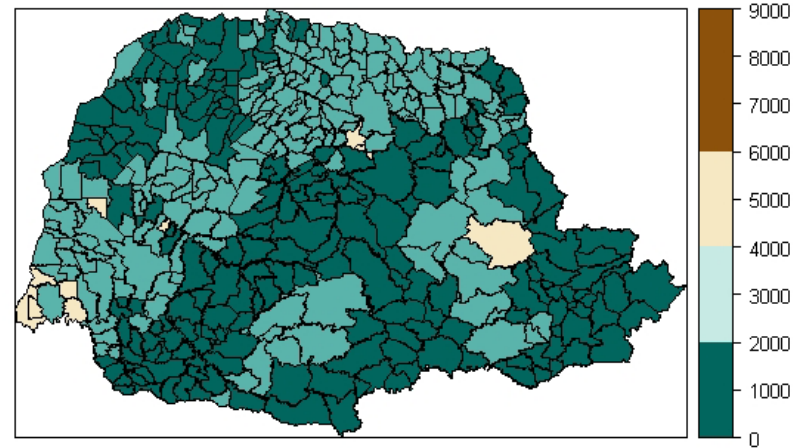
- Dados de colheita de milho, em quilogramas por hectare, do Paraná, referente aos anos de 1980 a 2006.
 - Dados a nível de município. São 397 municípios ao todo.
 - Os dados de colheita estão associados às coordenadas de um ponto que representa o centróide de cada município.
 - As coordenadas foram modificadas para que representem a distância em quilômetros.
-

Análise dos dados

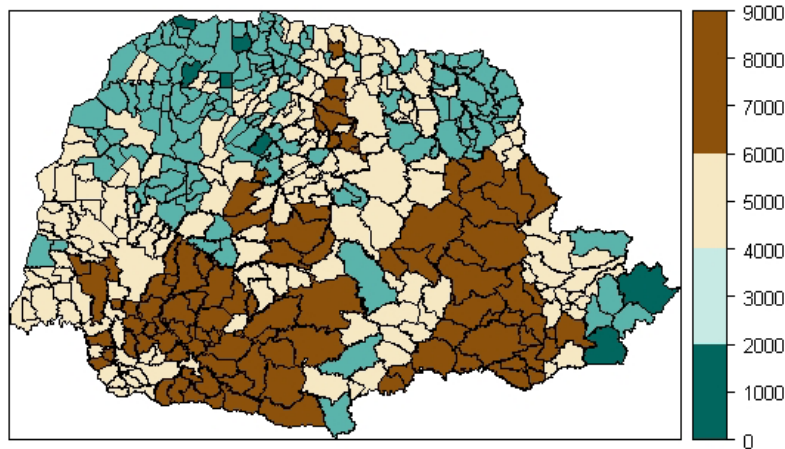
Produtividade dos municípios do Paraná, 1980/1981



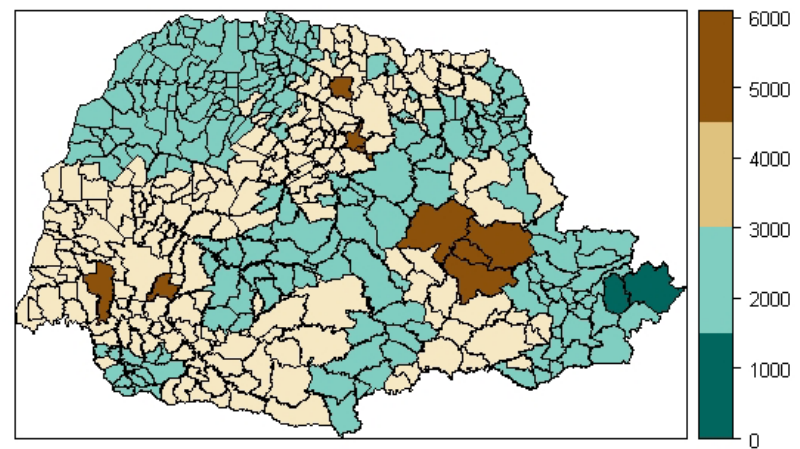
Produtividade dos municípios do Paraná, 1990/1991



Produtividade dos municípios do Paraná, 2006/2007

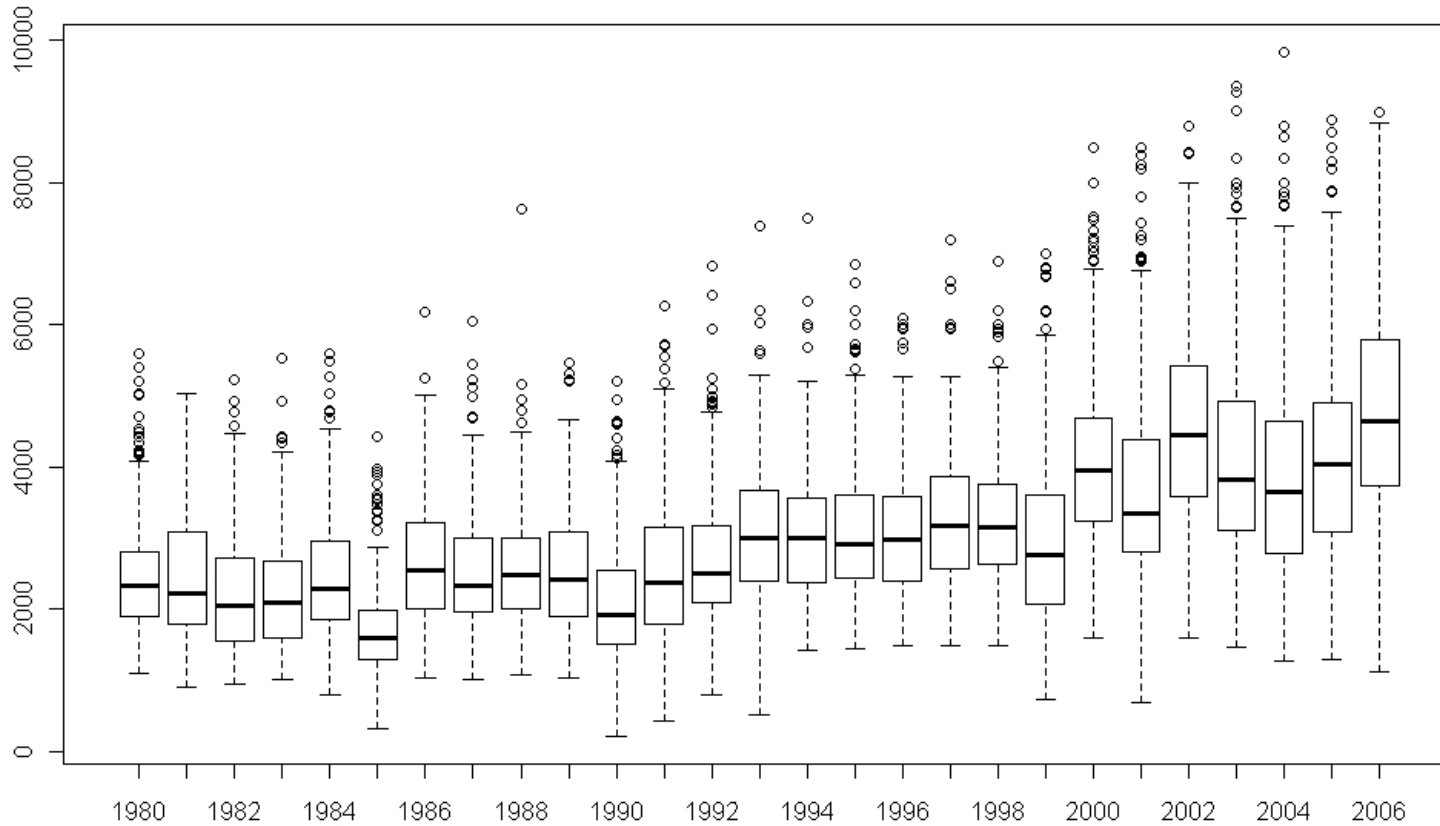


Produtividade média



Análise dos dados

Boxplot da produtividade



Metodologia

Removendo a tendência

- Temos que $Y(s_i, t)$ é a colheita na região i , com centróide em $s_i = (x_i, y_i)$, em um determinado ano t .
- Tendência log-quadrática:

$$Y(s, t) = \exp\{\alpha(s) + \beta(s)t + \gamma(s)t^2\} + \xi(s, t)$$

- Assim, $E(Y(s, t)) = \exp(\alpha(s) + \beta(s)t + \gamma(s)t^2)$
-

Metodologia

Modelo de seguro

- A perda por unidade é:

$$X(s_i, t) = \max \{0, c(s_i, t) - Y(s_i, t)\}$$

- $c(s_i, t)$ é um nível de produtividade pré-estabelecido. É determinado da seguinte forma:

$$c(s, t) = \mu(s, t) - \sigma(s, t)$$

Metodologia

Prêmio puro

- A perda total será: $S_N(t) = \sum_{i=1}^N X(s_i, t)$
- O prêmio puro será: $E(S_N(t)) = \sum_{i=1}^N E(X(s_i, t))$

- Também temos:

$$Var(S_N(t)) = \sum_{i=1}^N Var(X(s_i, t)) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N Cov(X(s_i, t), X(s_j, t))$$

Metodologia

Prêmio carregado

- Utilizando o Teorema Central do Limite:

$$\frac{S_N(t) - E(S_N(t))}{\sqrt{Var(S_N(t))}} \sim N(0,1)$$

- Assim, $P(|S_N(t) - E(S_N(t))| < 1.96\sqrt{Var(S(t))}) \approx 0.95$
- Portanto, a seguradora precisa de

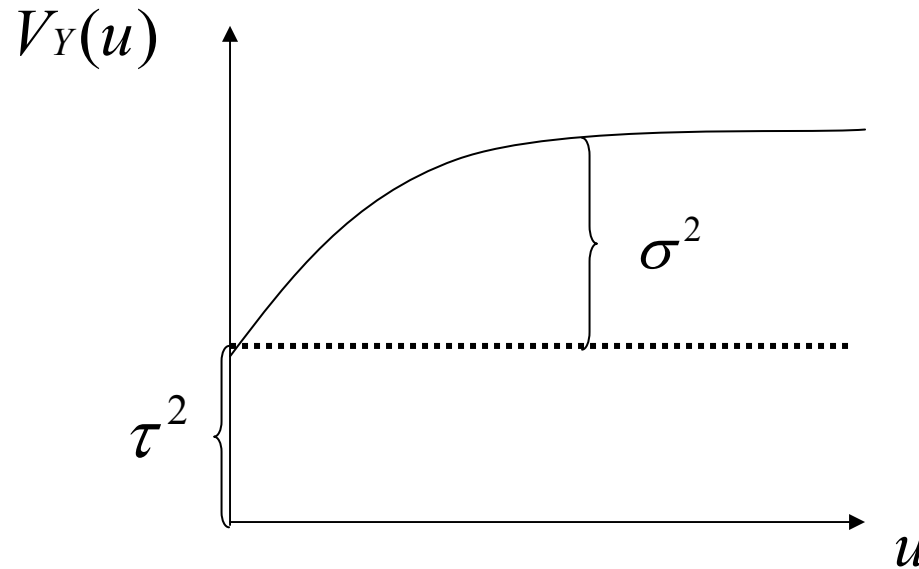
$$E(S_N(t)) + 1.96\sqrt{Var(S_N(t))}$$

para manter uma probabilidade de ruína de 0.025 para o ano t . Temos então que o carregamento é

$$1.96\sqrt{Var(S_N(t))}$$

Metodologia

Variograma



$$Y_i = S(x_i) + Z_i$$

$$Z_i \sim N(0, \tau^2)$$

$$V_Y(u) = \tau^2 + \sigma^2 \{1 - \rho(u)\}$$

$$\rho(u) = \exp \{-(u / \phi)^\kappa\}$$

Metodologia

Correlograma

- Correlograma que representa o processo em questão:

$$\rho_Y(u) = \frac{\text{Cov}(\xi(s), \xi(s+u))}{\sqrt{\text{Var}(\xi(s))}\sqrt{\text{Var}(\xi(s+u))}} = \frac{\sigma^2 \rho(u)}{(\sigma^2 + \tau^2)}$$



Metodologia

Correlação entre as perdas

- Assumindo que as colheitas $Y(s,t)$ sigam uma distribuição Normal:

$$X(s,t) = c(s,t) - \mu(s,t) - \sigma(s,t) \min(-1, W(s,t))$$

$$W(s,t) = \frac{Y(s,t) - \mu(s,t)}{\sigma(s,t)}$$

$$\text{Cor}(X(s_i,t), X(s_j,t)) = \text{Cor}(\min(-1, W(s_i,t)), \min(-1, W(s_j,t))) = g(-1, -1, \rho)$$

Metodologia

Coeficiente de eficácia

- Seja $\bar{X}_t = (1/N) \sum_{i=1}^N X(s_i, t)$
- O coeficiente de eficácia será:

$$\theta_t = \frac{\text{Var}(\bar{X}_t)}{\sum_{i=1}^N \text{Var}(X(s_i, t)) / N} = \frac{\sum \text{Var}(X(s_i, t)) + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \text{Cov}(X(s_i, t), X(s_j, t))}{N \sum_{i=1}^N \text{Var}(X(s_i, t))}$$

$$\theta_t = \frac{1}{N^2} \left(N + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \text{Cor}(X(s_i, t), X(s_j, t)) \right)$$

Metodologia

Coeficiente de eficácia

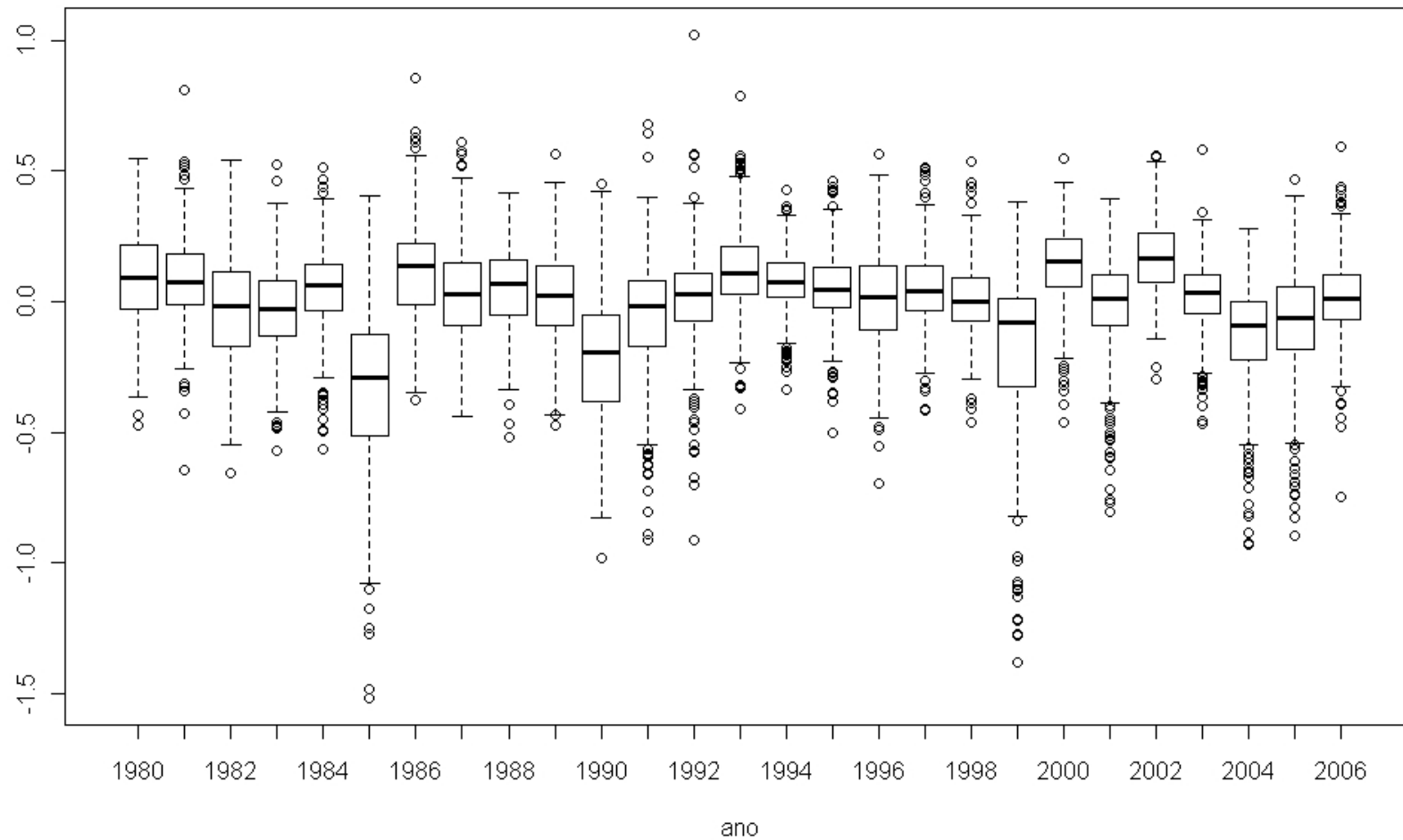
- Portanto, o coeficiente de eficácia é escrito da seguinte forma:

$$\theta_t = \frac{1}{N^2} \left(N + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq 1}^N g(-1, -1, \rho(\|s_i - s_j\|)) \right)$$

- $\rho(\|s_i - s_j\|)$ vem do correlograma empírico estimado com os dados.
-

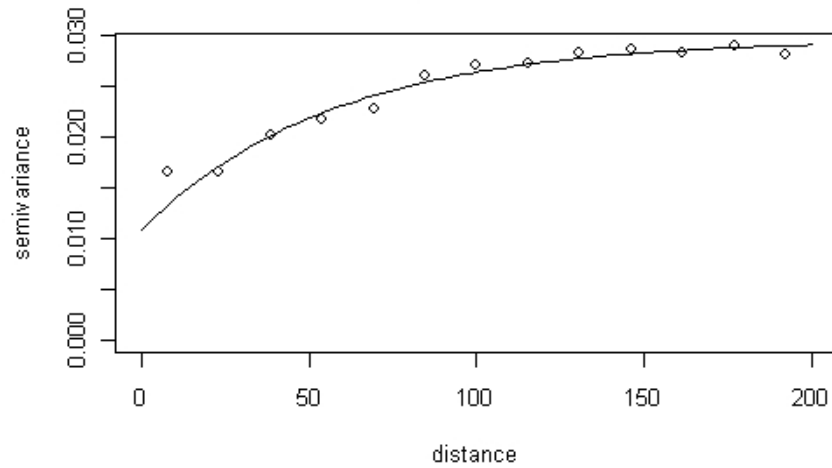
Resultados

Boxplot dos resíduos

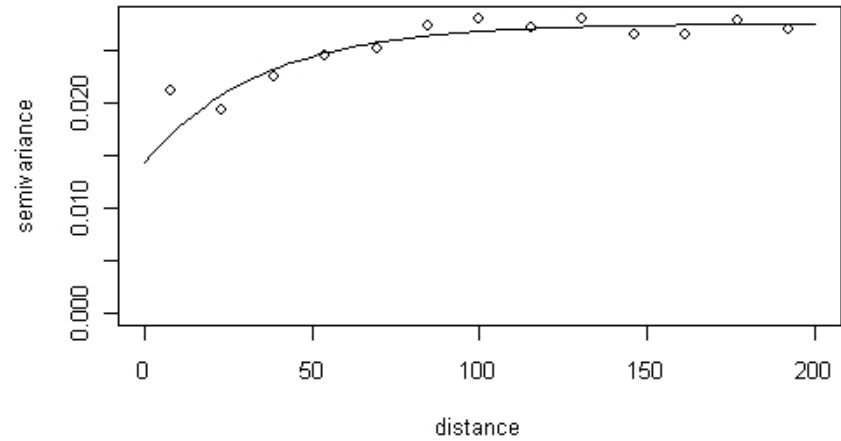


Resultados

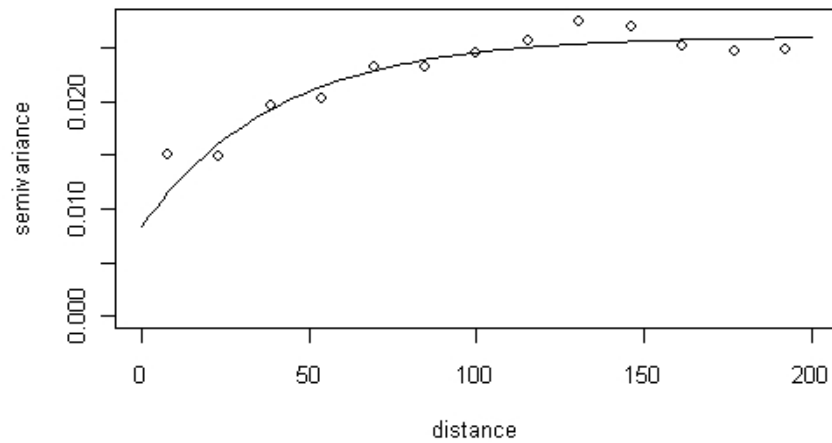
Variograma 1980/1981



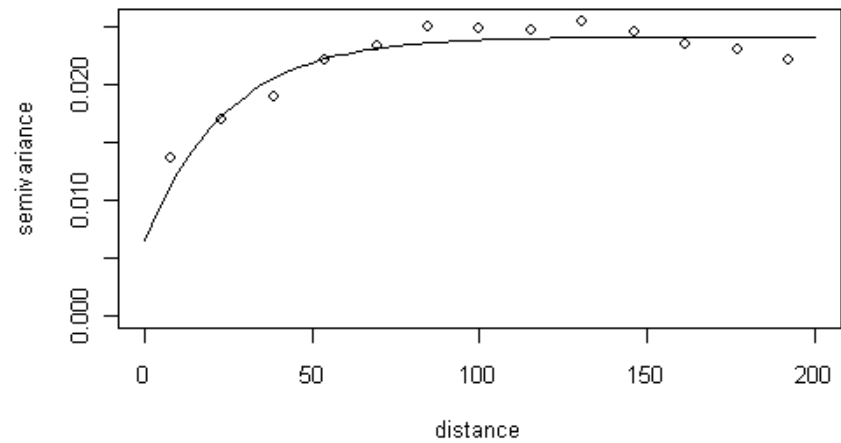
Variograma 1990/1991



Variograma 2000/2001

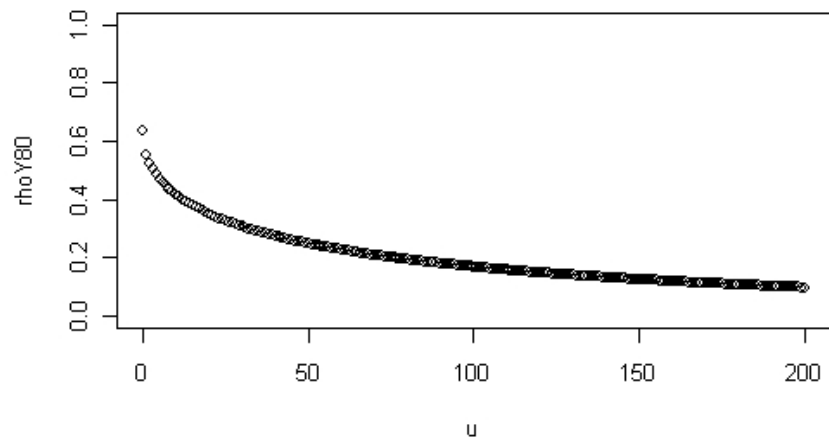


Variograma 2006/2007

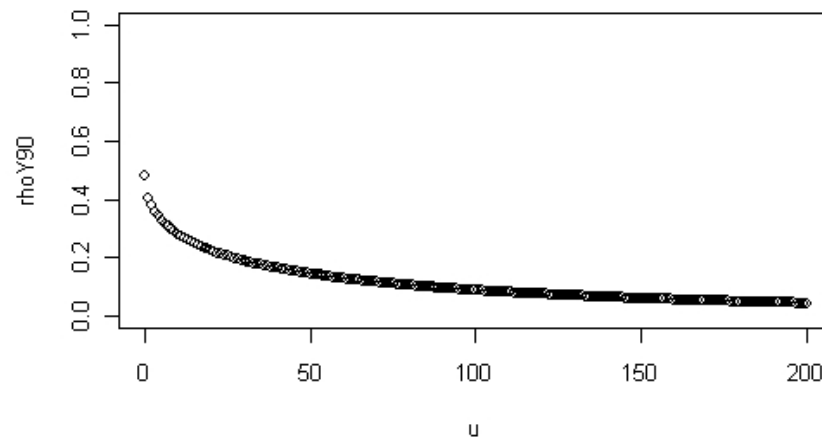


Resultados

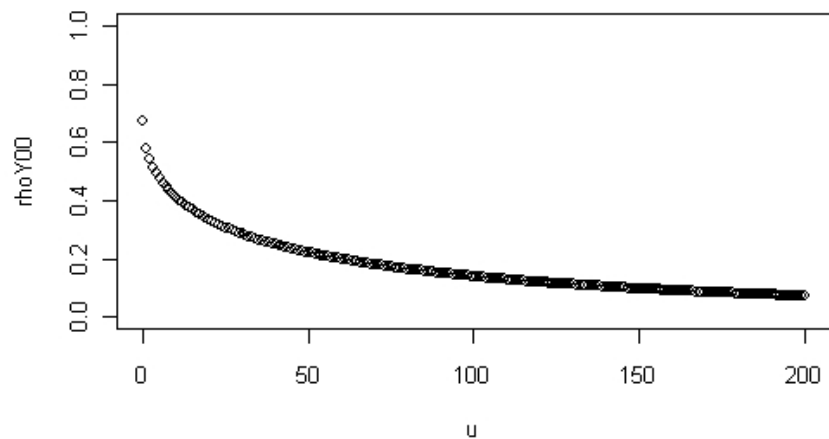
Correlograma 1980/1981



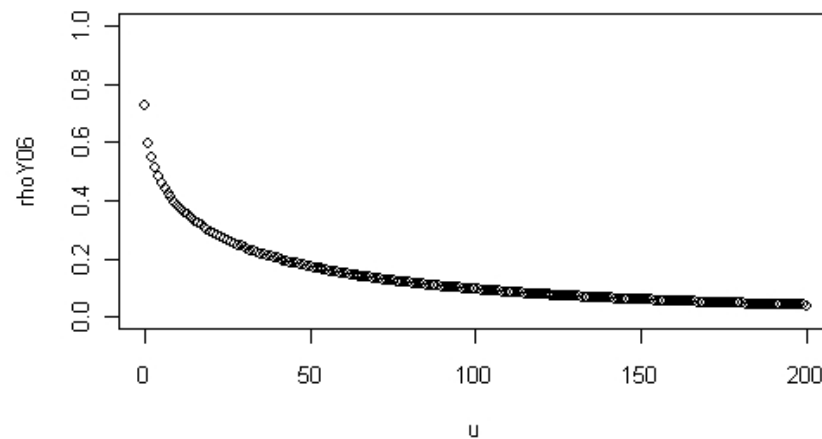
Correlograma 1990/1991



Correlograma 2000/2001



Correlograma 2006/2007



Resultados

- O prêmio puro anual médio recebido pela seguradora de todas as colheitas é de 33190 Kg/Ha.
 - O carregamento médio para manter uma probabilidade de ruína de 0.025 é 110 Kg/Ha.
-

Resultados

- O Coeficiente de eficácia tem um valor médio de 0.0032, com pouca variação entre os anos.
 - Se as perdas fossem independentes o coeficiente seria 0.0025.
 - Assim, a agregação dos riscos pela seguradora é eficaz, se todas as colheitas do Paraná fizerem um contrato de seguro.
-

Referência

- Wang, Zang (2003) – On the possibility of a private crop insurance market: a Spatial Statistics approach.