

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CE003 - ESTATÍSTICA II

Primeira lista de Exercícios - Probabilidade

Professora Fernanda

1. Uma balança digital é usada para fornecer peso em gramas. Qual o espaço amostral desse experimento? Seja A o evento em que um peso excede 11 gramas; seja B o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas e seja C o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas. Descreva os seguintes eventos:

a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) A^c ; d) $A \cup B \cup C$; e) $(A \cup B)^c$; f) $A \cap B \cap C$; g) $B^c \cap C$; h) $A \cup (B \cap C)$;

2. Em um laboratório são realizadas análises em matérias-primas para determinar o conteúdo de nitrogênio (N), fósforo (P) e potássio (K), que foram classificados em baixo, médio e alto. Os resultados de 100 amostras estão resumidos a seguir:

		N-baixo	N-médio	N-alto
P-baixo	K-baixo	4	5	6
	K-médio	2	5	6
	K-alto	0	1	1
P-médio	K-baixo	2	14	2
	K-médio	1	7	5
	K-alto	0	2	7
P-alto	K-baixo	0	2	5
	K-médio	1	4	9
	K-alto	0	0	9

Seja N – baixo o evento em que uma amostra apresenta baixo conteúdo de nitrogênio, e assim por diante. Determine o número de amostras em:

a) N – médio; b) K – médio; c) N – baixo \cup P – baixo; d) N – baixo \cap P – baixo; e) N – baixo^c \cup P – médio; f) N – baixo^c \cap P – baixo^c \cap K – baixo^c; g) $(N$ – baixo \cup P – baixo \cup K – baixo)^c;

3. Em um rebanho, a identificação de cada animal é constituída de 4 caracteres hexadecimais ($a - f, 0 - 9$). Seja A o evento em que uma identificação comece com uma vogal (a, e) e seja B o evento em que uma identificação termine com um número par ($0, 2, 4, 6, 8$). Considere que o experimento observar um animal ao acaso no rebanho. Determine:

a) o número de registros possíveis; b) $P(A)$; c) $P(B)$; d) $P(A \cap B)$; e) $P(A \cup B)$;

4. Em um certo colégio, 25% dos estudantes foram reprovados em matemática, 15% em química e 10% em matemática e química ao mesmo tempo. Um estudante é escolhido aleatoriamente.

a) se ele foi reprovado em química, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em matemática?
b) se ele foi reprovado em matemática, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em química?
c) qual a probabilidade de ter sido reprovado em química ou matemática?

5. Lança-se um dado honesto. Qual a probabilidade de ocorrer:

a) face menor do que 5 ou face par?
b) face menor do que 5 ou face maior do que 5?
c) face par ou face ímpar?

6. Suponha que o gerente de um grande complexo de apartamentos forneça as seguintes estimativas de probabilidade acerca do número de apartamentos vagos no próximo mês:

apartamentos vazios	probabilidade
0	0,05
1	0,15
2	0,35
3	0,25
4	0,10
5	0,10

Forneça a probabilidade de cada um dos seguintes eventos:

- não há apartamentos vazios.
- pelo menos quatro apartamentos vazios;
- dois ou menos apartamentos vazios.

7. Um escritório possui duas impressoras sendo que uma delas esta disponível para uso em 60% do tempo, a outra em 85% do tempo e funcionam independentemente uma da outra. Se em um momento você tenta fazer a impressão de um arquivo, qual a probabilidade de conseguir a impressão naquele instante?

8. De três eventos A , B e C , de um mesmo espaço amostral Ω , suponhamos A e B independentes, B e C mutuamente exclusivos. Suas probabilidades são:

$$P(A) = 0,50, \quad P(B) = 0,30 \quad \text{e} \quad P(C) = 0,10$$

Determine as probabilidades de:

- B e C ocorrerem (ambos);
- ocorrer ao menos um dentre A e B ;
- B não ocorrer;
- ocorrerem os três.

9. Em um tanque de criação existem três espécies de peixes (A , B e C) e animais de dois tamanhos (J : jovem e M : maduro). Sabe-se que foram colocados 30%, 50% e 20% animais de cada espécie e que após 60 dias 25%, 60% e 75% dos peixes de cada espécie atingem a maturação. Suponha que os animais não morreram. Considere o experimento de retirar aleatoriamente um peixe do tanque e obtenha:

- $P(A \cap J)$; b) $P(C \cap M)$; c) $P(J|B)$; d) $P(M)$; e) $P(C|M)$; f) $P(C \cup M)$;

10. Uma clinica envia amostras para 3 laboratórios de análises A , B e C nas seguintes proporções 0,2; 0,3 e 0,5, respectivamente. A probabilidade de cada um dos laboratórios elaborar uma análise errada é de respectivamente $1/2$, $1/3$ e $1/6$.

- Uma análise resultou errada, qual a probabilidade de ter sido feita pelo laboratório A ?
- Qual a probabilidade de um exame executado não apresentar erro?

11. Um laboratório esta interessado em melhorar a eficiência de um teste que realiza. Como o teste apresenta falso negativo, com probabilidade de 2%, e falso positivo, com probabilidade de 8%, o representante do laboratório pergunta: “qual a estratégia a ser adotada: reduzir a probabilidade de falsos negativos ou de falsos positivos?”. Para responder essa pergunta, considerando que a probabilidade de haver um animal com a doença é 2%, considere que existem dois testes que tem desempenho conforme a seguir:

$$\text{teste 1} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0,99 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0,92 \end{cases}$$

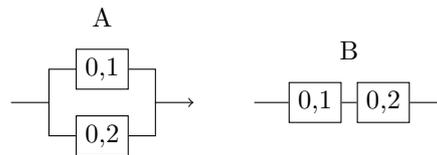
$$\text{teste 2} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0,98 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0,98 \end{cases}$$

Para cada uma dos testes obtenha:

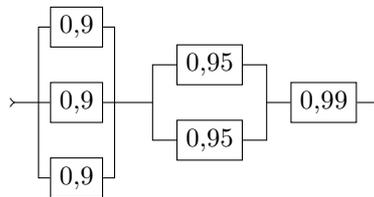
- a) Qual a probabilidade de um animal, classificado como positivo no teste, ter realmente a doença?
 b) Qual a probabilidade de um animal, classificado como negativo no teste, não ter realmente a doença?
 Qual dos testes deve ser adotado?

12. Considere os circuitos elétricos A (em paralelo) e B (em série) abaixo, cada um com dois dispositivos e suas probabilidades de falha independente. Obtenha:

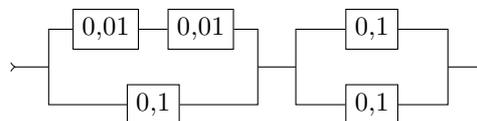
- a) a probabilidade do circuito A falhar?
 b) a probabilidade do circuito B falhar?
 c) a probabilidade de um circuito composto por A e B falhar?



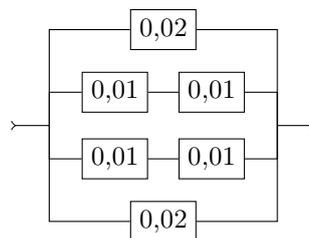
13. O circuito elétrico mostrado a seguir opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais, da esquerda para a direita. A probabilidade de cada dispositivo funcionar é mostrada na figura. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual será a probabilidade do circuito operar?



14. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



15. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



RESPOSTAS:

- $\Omega = \{x \in \mathbb{R}\}$, $A \cup B = \{x \in \mathbb{R}\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$, $A^c = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 11\}$, $A \cup B \cup C = \{x \in \mathbb{R}\}$, $(A \cup B)^c = \{\emptyset\}$, $A \cap B \cap C = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$, $B^c \cap C = \{x \in \mathbb{R} : x > 15\}$, $A \cup (B \cap C) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 8\}$.
- 40, 40, 34, 6, 93, 43.
- $16^4 = 65536$, $2 \cdot 16^{4-1}/16^4 = 0.125$, $16^{4-1} \cdot 5/16^4 = 0.3125$, $2 \cdot 16^{4-2} \cdot 5/16^4 = 0.0390625$, $0.125 + 0.3125 - 0.0390625 = 0.3984375$.
- $2/3$, $2/5$, $3/10$.
- $5/6$, $5/6$, 1.
- 0.05, 0.2, 0.55.
- 0.94.

8. 0, 0.65, 0.7, 0.
9. 0.225, 0.15, 0.4, 0.525, 0.2857, 0.575.
10. 0.3529, 0.7167.
11. 0.2016 e 0.5, 0.9998 e 0.9996.
12. 0.02, 0.28, 0.2944.
13. 0.9865.
14. 0.98803.
15. 0.9999998.