

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CE080 - FUNDAMENTOS BÁSICOS PARA ESTATÍSTICA

Lista de Exercícios (sistemas lineares)
PSE 2012 - 01/06/2012 - Professora Fernanda

1. Escreva na forma matricial os seguintes sistemas:

$$a) \begin{cases} x - y + z = 2 \\ -x + 2y + 2z = 5 \\ 5x - y + 5z = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x - 5y + 4z - t = 8 \\ 2x + y - 2z = -3 \\ -x - 2y + z - 3t = 1 \\ -5x - y + 6t = 4 \end{cases}$$

2. Quais são os sistemas correspondentes às representações matriciais?

$$a) \begin{bmatrix} 2 & 4 & 9 \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & 7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3. Verifique se $(0, -3, -4)$ é solução do sistema $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$.

4. Verifique se $(1, 0, -1, 1)$ é solução do sistema $\begin{cases} 5x + 3y - 2z - 4t = 5 \\ 2x - 4y + 3z - 5t = -9 \\ -x + 2y - 5z + 3t = 12 \end{cases}$.

5. Construa as matrizes incompleta e completa dos sistemas:

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -2x + y = 0 \\ x + 4y = -1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + 4y - z = 2 \\ -x - 3y - 2z = 4 \\ 3x - y + 4z = -3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} ax - y + bz = c \\ a^2x + abz = d \\ -by + az = e \end{cases} \quad a, b, c, d, e \text{ são dados} \quad d) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \\ -x + 2y = -3 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

6. Resolva os sistemas pela regra de Cramer:

$$a) \begin{cases} -x - 4y = 0 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - y = 2 \\ -x + 3y = -3 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ 2x + 3z = -1 \\ 4x + 4y - 2z = 7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + y - z = 5 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases} \quad e) \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ -x + y - z - t = 0 \\ 2x + 2z + t = -1 \end{cases} \quad f) \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ -x + y - z - t = 0 \\ 2x + 2z + t = -1 \end{cases}$$

7. Mostre que o sistema $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3x + 2y - z = 1 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$ tem solução única.

8. A solução do sistema $\begin{cases} (a-1)x + by = 1 \\ (a+1)x + 2by = 5 \end{cases}$ é $x = 1$ e $y = 2$. Determine os valores de a e b .

9. A que restrições obedecem as soluções do sistema $\begin{cases} x + y + z = 28 \\ 2x - y = 32 \end{cases}$ em que $x > 0$, $y > 0$ e $z > 0$?

10. Quais dos sistemas abaixo estão na forma escalonada?

$$a) \begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ -y - z = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y - z + 5t = 9 \\ 3y + 2z - 3t = 4 \\ -z + t = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + 3z = 0 \\ 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x + 2z = -2 \\ y - 3z = 1 \end{cases} \quad e) \begin{cases} 2x - t = 1 \\ 5z - 2t = 3 \end{cases} \quad f) \begin{cases} 2x - y + z - t = 1 \\ 5z - 2t = 3 \end{cases}$$

11. Escalone, classifique e resolva os sistemas abaixo:

$$a) \begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ -x + y + z = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} -x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 3t = 2 \\ x - 2y + z - 2t = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \\ 5x + 3y + 4z = -10 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y - z + t = 1 \\ 3x - y - 2z + t = 2 \\ -x - 2y + 3z + 2t = -1 \end{cases} \quad e) \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z + t = -1 \\ y - z + 2t = 2 \\ 2x + z - t = -1 \end{cases} \quad f) \begin{cases} x - 2y - 3z = 5 \\ -2x + 5y + 2z = 3 \\ -x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - 2y = -1 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases} \quad h) \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 \\ 3x + y + 4z = -1 \\ 4x - 3y + z = 3 \end{cases} \quad i) \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 26 \\ x - 7y + z = -16 \\ 5x - y + 3z = 14 \end{cases}$$

$$12. \text{ Resolva o sistema e obtenha o valor de } x - y - z: \begin{cases} 5732x + 2134y + 2134z = 7866 \\ 2134x + 5732y + 2134z = 670 \\ 2134x + 2134y + 5732z = 11464 \end{cases}$$

13. Discuta os seguintes sistemas na incógnitas x e y :

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + my = 6 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + ay = a \\ 6x - 3y = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} -x - 2y = -ax \\ -2x + ay = y \end{cases} \quad d) \begin{cases} ax - y = 1 \\ (a - 1)x + 2ay = 4 \end{cases}$$

$$14. \text{ Discuta o sistema linear na incógnitas } x \text{ e } y \begin{cases} mx + y = 1 - m \\ x + my = 0 \end{cases} .$$

$$15. \text{ Discuta o sistema } \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x + ay = b \end{cases} .$$

$$16. \text{ Resolva o sistema } \begin{cases} 2ax + 3y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases} .$$

$$17. \text{ Obtenha } m, \text{ para que o sistema } \begin{cases} x + my - (m + 1)z = 1 \\ mx + 4y + (m - 1)z = 3 \end{cases}, \text{ nas incógnitas } x, y \text{ e } z, \text{ seja compatível.}$$

$$18. \text{ Discuta o sistema } \begin{cases} mx + y = 1 \\ x + y = 2 \\ x - y = m \end{cases} .$$

$$19. \text{ Se } abcd \neq 0, \text{ determine } p \text{ e } q \text{ de modo que o sistema } \begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = d \end{cases} \text{ seja indeterminado.}$$

$$20. \text{ Resolva o sistema } \begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = m \\ x + y = 2 \end{cases} .$$

$$21. \text{ Determine os valores de } a \text{ e } b \text{ para que o sistema } \begin{cases} 6x + ay = 12 \\ 4x + 4y = b \end{cases} \text{ seja indeterminado.}$$

22. Discuta os sistemas abaixo:

$$a) \begin{cases} x + a(y + z) = 1 \\ y + a(x + z) = a \\ z + a(x + y) = a^2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 4x + y + az = -5 \\ -2x + y - z = a \\ ax + y = -2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} px - y + 2z = 0 \\ x + pz = p \\ 3x + 2y + pz = 5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} mx + y - z = 4 \\ x + my + z = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad e) \begin{cases} mx + y = -2 \\ -2x + y - z = m \\ 4x + y + mz = -5 \end{cases} \quad f) \begin{cases} mx + y + z = a \\ x + my + z = b \\ x + y + mz = c \end{cases}$$

$$23. \text{ Determine o valor de } a \text{ para que o sistema } \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 5y + az = 0 \\ 3x + 7y + z = 0 \end{cases} \text{ seja indeterminado.}$$

24. Determine o valor de k para que o sistema $\begin{cases} 3z - 4y = 1 \\ 4x - 2z = 2 \\ 2y - 3x = 3 - k \end{cases}$ seja indeterminado.

25. a) Determine o valor de k para que a equação matricial abaixo tenha solução. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 4 & 10 & 2 \\ 6 & 15 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ k \end{bmatrix}$

b) resolva a equação na condição do item a.

26. Determine os valores de k para que o sistema tenha solução única.

$$\begin{cases} x - z = 1 \\ kx + y + 3z = 0 \\ x + ky + 3z = 1 \end{cases}$$

27. Sejam λ_1 e λ_2 os valores distintos de λ para os quais a equação $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ admita solução

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \text{ Calcule o valor de } \lambda_1 + \lambda_2.$$

28. Determine o valor de λ para que a equação matricial abaixo admita mais de uma solução.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

29. Resolva os sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x - 4y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 4x + 3y + z = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 4y - 2z = 0 \\ x + 8y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x + 2y - 12z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 5z = 0 \end{cases}$

30. Discuta, segundo os valores do parâmetro m , os sistemas:

a) $\begin{cases} x + my = 0 \\ 2x + 6y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ mx + 3y + 5z = 0 \\ m^2x + 9y + 25z = 0 \end{cases}$

31. Estude o sistema $\begin{cases} k(x + y) + z = 0 \\ k(y + z) + x = 0 \\ k(z + x) + y = 0 \end{cases}$

32. Dado o sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 4x - 2my + 3z = 0 \\ 2x + 6y - 4mz = 0 \end{cases}$ determine m para que o mesmo admita soluções distintas da trivial e

determine-as.

33. Determine a , de modo que o sistema $\begin{cases} x + y - az = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x - y + az = 0 \end{cases}$ admita soluções próprias.

34. Determine k de modo que o sistema $\begin{cases} kx + 2y = -z \\ -y + 3z = 2kx \\ 2x - 2z = 3y \end{cases}$ admita soluções próprias. Determine-as

35. Dado o sistema $\begin{cases} x + my + z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ mx + y + z = 0 \end{cases}$ determine m de modo que admita solução própria e resolva-o.

36. Para que valores de m o sistema tem solução própria? $\begin{cases} x + my + 2z = 0 \\ -2x + my - 4z = 0 \\ x - 3y - mz = 0 \end{cases}$ Qual o grau de indeterminação?

37. Determine p de modo que o sistema tenha soluções próprias. $\begin{cases} -x + 2y + z = 0 \\ px + y - z = 0 \\ 2px + 2y + 3z = 0 \end{cases}$

38. Qual o valor de k para que o sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$, admita solução própria?

39. Determine os valores de a , b e c para que o sistema abaixo seja homogêneo e determinado. $\begin{cases} a^3x + 2ay = b \\ 2ax + y = c \end{cases}$

40. Determine os valores de m para os quais o sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$ admita somente a solução $x = 0, y = 0, z = 0$.

41. Determine as características das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ g) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ h) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

42. a) O que é característica de uma matriz? b) Qual é a característica da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$?

43. Justificando a resposta, calcule a característica da matriz $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 4 & 7 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

44. Discuta, segundo os valores do parâmetro a , as características das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ a & 1 & 1 & a^2 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & a & a^2 & a^3 \end{bmatrix}$

45. Determine m de modo que a característica da matriz abaixo seja igual a 2.

$$\begin{bmatrix} 1 & m & -1 \\ 2 & m & 2m \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

46. Determine m de modo que a característica da matriz seja 3.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m & 1 & m \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

47. Utilizando o teorema de Rouché-Capelli, classifique e resolva os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + y + 2z = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 5x + 4y - 2z = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 4y - z + 2t = 2 \\ 2x - 2y + z - 3t = 5 \\ -x + 3y + 2z - t = 3 \\ 2x + 7y + z + t = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y + z = -1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -x + y + 2z = 1 \\ 2x - y - z = 1 \\ 3x + 2y - z = 2 \end{cases}$

48. Utilizando o teorema de Rouché-Capelli, classifique os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} x + 4y - 3z + t = 1 \\ 2x + 3y + 2z - t = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 3x - y - 2z = 3 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ -x + 3y - 2z = 2 \\ x + 2y - 3z = 6 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 2 \\ -x - y - z = -1 \\ 2x + y + 2z = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -x - y - z = 2 \\ 3x - 3y + 2z = 1 \\ 2x - 4y + z = -3 \end{cases}$

49. Dado o sistema $\begin{cases} -x + 2y + kz = 1 \\ kx + 4y - 4z = 2 \\ 2x + y + z = -2k \end{cases}$ Para que valores de a e b este sistema é: a) indeterminado? b) impossível?

50. Para que valores de a são equivalentes os sistemas abaixo? $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ e $\begin{cases} ax + y = a + 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

51. Resolva o sistema: $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y \cdot 2^z = 8 \\ 3^x \cdot 3^z = 3^9 \cdot 9^y \\ 125 \cdot 5^x = 5^z \end{cases}$

Respostas:

$$1. a) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 3 & -5 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \\ -5 & -1 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3. Não é solução

4. É solução

6. a) $(2, -\frac{1}{2})$ b) $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ c) $(1, 1, -1)$ d) $(-2, 3, 0)$ e) $(4, \frac{1}{2}, -\frac{11}{2}, 2)$ f) $(0, 0, 2, 1)$

8. $a = 0; b = 1$

10. a, b, d, e, f

11. a) SPD $(-11, -6, -3)$ b) SPI $(-12 - 13\alpha, -11 - 11\alpha, \alpha, 5 + 5\alpha)$ c) SI d) SPI $(\frac{6-14\alpha}{7}, \frac{2-7\alpha}{7}, \frac{1-14\alpha}{7}, \alpha)$

e) SPD $(-\frac{1}{5}, 1, -\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$ f) SI g) SPD $(1, 2)$ h) SPI $(-\alpha, -1 - \alpha, \alpha)$ i) $(1, 3, 4)$

12. $(1, -1, 2) x - y - z = 0$

13. a) $m \neq 2$ SPD; $m = 2$ SPI

b) $a \neq -1$ SPD; $a = -1$ SI

c) $a \neq -1$ e $a \neq 3$ SPD; $a = -1$ ou $a = 3$ SPI

d) $a \neq \frac{1}{2}$ e $a \neq -1$ SPD; $a = \frac{1}{2}$ ou $a = -1$ SI

14. $m \neq 1$ e $m \neq -1$ SPD; $m = 1$ SPI; $m = -1$ SI

15. $a \neq 6$ SPD; $a = 6$ e $b = 3$ SPI; $a = 6$ e $b \neq 3$ SI

16. $(\frac{2-3b}{4a-3}, \frac{2ab-1}{4a-3}) a \neq \frac{3}{4}$; $(\frac{2}{3} - 2\alpha, \alpha) a = \frac{3}{4}$ e $b = \frac{2}{3}$; SI $a = \frac{3}{4}$ e $b \neq \frac{2}{3}$

17. compatível $\forall m, m \in \mathbb{R}$

18. $m = 0$ SPD $(1, 1)$; $m = 1$ SPD $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$; $m \neq 0$ e $m \neq 1$ SI

19. $p = \frac{ad}{c}$; $q = \frac{bd}{c}$

20. $m = 1$ SPD $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$; $m = 2$ SPD $(0, 2)$; $m \neq 1$ e $m \neq 2$ SI

21. $a = 6; b = 8$

22. a) $a \neq 1$ e $a \neq -\frac{1}{2}$ SPD; $a = 1$ SPI; $a = -\frac{1}{2}$ SI b) $a \neq 1$ e $a \neq -4$ SPD; $a = 1$ SPI; $a = -4$ SI c) $p \neq 1$ e $p \neq -2$ SPD; $p = 1$ SPI; $p = -2$ SI d) $m \neq -1$ SPD; $m = -1$ SI e) $m \neq 1$ e $m \neq -4$ SPD; $m = 1$ SPI; $m = -4$ SI f) $m \neq -2$ e $m \neq 1$ SPD; $m = -2$ SPI; $m = 1$ SI

23. $a = \frac{3}{2}$

24. $k = 5$

25. $k = 6$

27. $\lambda_1 + \lambda_2 = 4$

28. $\lambda = \pm\sqrt{11}$

29. a) $(0, 0, 0)$ b) $(-\alpha, \alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$ c) $(\frac{2}{3}\alpha, -\frac{1}{3}\alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$ d) $(2\alpha, 3\alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$

30. a) $m \neq 3$ SPD; $m = 3$ SPI b) $m \neq 3$ e $m \neq 5$ SPD; $m = 3$ ou $m = 5$ SPI

31. $k \neq 1$ e $k \neq -\frac{1}{2}$ SPD; $k = 1$ ou $k = -\frac{1}{2}$ SPI

32. $m = -1 (-\frac{2}{3}\alpha, -\frac{2}{3}\alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$; $m = -\frac{3}{2} (0, -\alpha, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$

33. $a = \frac{1}{2}$

34. $k = -\frac{14}{9} (-\frac{3\alpha}{2}, -\frac{5\alpha}{3}, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}$

35. $m = 1 (-\alpha - \beta, \alpha, \beta), \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

36. $m = -2$ ou $m = 0$; grau de indeterminação=1

37. $p = -\frac{1}{2}$

38. $k = 1$

39. $a \neq 0$ e $a \neq 4, b = c = 0$

40. $m \neq 4$

41. a) $\rho = 2$ b) $\rho = 4$ c) $\rho = 3$ d) $\rho = 3$ e) $\rho = 2$ f) $\rho = 3$ g) $\rho = 3$ h) $\rho = 4$

42. b) $\rho = 3$

43. $\rho = 2$

44. a) $a \neq 1 \rho =$; $a = 1 \rho = 1$ b) $a \neq 2$ e $a \neq 3 \rho = 3$; $a = 2 \rho = 2$; $a = 3 \rho = 2$
45. $m = -1$ ou $m = -2$
46. $m \neq 1$
47. a) SPD $(1, -\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ b) SPI $(1 - 2\alpha, 3\alpha - 1, \alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ c) SI d) SI e) SI f) SPD $(1, 0, 1)$
48. a) SPI b) SI c) SPD d) SPI e) SPI f) SI
49. a) $k = -2$ b) $k = 12$
50. $\forall a \in \mathbb{R} - \{1\}$
51. $(1, -2, 4)$